

ANÁLISE DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE CONEXÕES FLANGEADAS EM DUTOS FLEXÍVEIS

Alexandre Miguel Calhau Martins

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica e de Materiais.

Orientador: Enrique Mariano Castrodeza

Rio de Janeiro
Maio de 2019

ANÁLISE DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE CONEXÕES FLANGEADAS EM
DUTOS FLEXÍVEIS

Alexandre Miguel Calhau Martins

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS.

Examinada por:

Prof. Célio Albano da Costa Neto, Ph.D.

Prof. Enrique Mariano Castrodeza, D.Sc.

Prof. Jorge Alberto Rodriguez Duran, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MAIO DE 2019

Martins, Alexandre Miguel Calhau

Análise da Integridade Estrutural de Conexões Flangeadas em Dutos Flexíveis / Alexandre Miguel Calhau Martins. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XXIII, 142 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Enrique Mariano Castrodeza

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 128 – 136.

1. Mecânica da Fratura. 2. Método dos Elementos Finitos. 3. Conexões flangeadas. 4. Curvas de Resistência. 5. Diagrama de força motriz para a propagação de trinca. I. Castrodeza, Enrique Mariano. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais. III. Título

Às mulheres da minha vida: Anne, Celínia e Carolina.

AGRADECIMENTOS

Ao Brasil por me ter acolhido como trabalhador e por me possibilitar estudar sem custo em um centro de excelência de ensino e pesquisa que é a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

Ao Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais (COPPE/POLI – UFRJ) pela contribuição na minha formação.

Ao professor Enrique Mariano Castrodeza, meu sincero agradecimento por toda a confiança e amizade e por todo o apoio e incentivo prestado para a realização deste trabalho.

Ao Egon Ramírez e ao João Menezes, pelo fundamental apoio prestado no auxílio para realização dos ensaios mecânicos no Laboratório de Mecânica da Fratura.

Aos professores membros da banca.

Ao meu coordenador e amigo Hugo Almeida por todo o incentivo para a realização deste mestrado e por toda a experiência que me passou ao longo destes anos.

Aos meus pais Celínia e Hélder (*in memoriam*), por todo o esforço e dedicação para a minha educação. Em especial para a minha mãe que sempre têm sido uma mulher lutadora e que nada mais importa para ela do que o bem-estar dos filhos. A minha querida irmã Carolina. Ao Pedro Almeida e à Carolina Almeida.

A minha esposa, companheira e amada Anne, por todo o carinho e incentivo na realização deste trabalho. A sua companhia foi essencial para a finalização deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE CONEXÕES FLANGEADAS EM DUTOS FLEXÍVEIS

Alexandre Miguel Calhau Martins

Maio/2019

Orientador: Enrique Mariano Castrodeza

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

Neste trabalho foram avaliadas técnicas numéricas para o cálculo do parâmetro integral J da mecânica da fratura elasto-plástica em conexões flangeadas pré-trincadas utilizando o método dos elementos finitos. Curvas de resistência ao crescimento de trinca foram avaliadas experimentalmente à temperatura ambiente (23°C) no material metálico AISI 4130, que é usado na fabricação das conexões flangeadas. A tenacidade à fratura foi avaliada também à temperatura negativa (-20°C e -40°C), onde foi possível obter valores de integral J nos pontos de instabilidade. O crescimento da trinca foi avaliado pela técnica de descargas parciais em corpos de prova com geometria compacta de tração C(T). O trabalho forneceu bons resultados para abordagem via elementos finitos em conexões flangeadas pré-trincadas em dutos flexíveis sobre tração e pressão interna, permitindo uma análise de instabilidade através da análise de diagramas de força motriz para a propagação de trinca (CDFD). Permitiu ainda fazer uma análise do ponto de vista de colapso plástico da conexão como um todo, através da comparação das tensões aplicadas com os limites de resistência do material.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ANALYSIS OF STRUCTURAL INTEGRITY OF FLANGED CONNECTIONS IN FLEXIBLE PIPES

Alexandre Miguel Calhau Martins

May/2019

Advisor: Enrique Mariano Castrodeza

Department: Metallurgical and Materials Engineering

In this study some numeric technics were evaluated for the calculation of elasto-plastic fracture mechanics parameter J integral on pre-cracked flanged connections using finite element analysis. Resistance curves to the crack propagation were evaluated experimentally at room temperature (23°C) in metallic material AISI 4130, that is used in the fabrication of flanged connections. The material toughness was also evaluated at low temperatures (-20°C and -40°C) and the integral J values at the instability point was obtained. The crack length during the tests was evaluated trough the unloading compliance technique using compact-tension C(T) test specimens. This study provided good results by using finite element on pre-cracked flanged connections in flexible pipes under tension and internal pressure, allowing an instability analysis using Crack Driving Force Diagrams. In addition, it allowed plastic collapse analysis of the flanged connections by comparison of the stress level and the yield strength of the material.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	XII
LISTA DE TABELAS	XVII
LISTA DE ABREVIATURAS.....	XVIII
LISTA DE SÍMBOLOS	XX
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 – CONEXÕES FLANGEADAS EM DUTOS FLEXÍVEIS	5
2.1 – DUTOS FLEXÍVEIS (<i>FLEXIBLE PIPES</i>)	5
2.2 – CONECTORES (<i>END FITTING</i>)	8
2.3 – CONEXÕES FLANGEADAS	9
CAPÍTULO 3 – MECÂNICA DA FRATURA	15
3.1 – MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA	20
3.1.1 – O método do CTOD (<i>Crack Tip Open Displacement</i>)	20
3.1.2 – O método da Integral <i>J</i>	24
3.1.3 – Determinação do comprimento da trinca durante testes de fratura	30
3.1.3.1 – Método das descargas parciais	30
3.1.3.2 – Outros métodos de obtenção das curvas de resistência	32
3.1.4 Curvas de resistência <i>JR</i> e crescimento estável de trinca	33
3.1.5 – Relação entre <i>J</i> e outros parâmetros de fratura	35
3.2 – METODOLOGIAS PARA AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE COMPONENTES	37
3.2.1 – Procedimentos baseados no FAD (<i>Failure Assessment Diagram</i>). 37	

3.2.2 – Procedimentos baseados no CDFD (<i>Crack Driving Force Diagram</i>)	39
3.2.2.1 – Procedimento EPRI (<i>Electric Power Research Institute</i>)	39
3.2.2.2 – Procedimento RSM (<i>Reference Stress Method</i>)	42
3.2.2.3 – Procedimento ETM (<i>Engineering Treatment Method</i>)	43
3.2.3 – Procedimentos baseados no FAD e no CDFD	44
CAPÍTULO 4 – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	45
4.1 – INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	46
4.2 – O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO A PROBLEMAS DE ELASTICIDADE	48
4.2.1 – Tipo de elemento e funções de interpolação	51
4.2.2 – Elementos isoparamétricos	55
4.2.3 – Integração numérica e resolução do sistema global de equações	57
4.3 – MECÂNICA DA FRATURA NO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	59
4.3.1 – Elementos especiais na ponta da trinca	62
4.3.2 – Métodos para cálculo dos parâmetros de fratura através do MEF	65
4.3.3 – Obtenção da integral J via modelos numéricos em estruturas metálicas	68
CAPÍTULO 5 – MATERIAIS E MÉTODOS	74
5.1 – MATERIAIS	74
5.2 – METODOLOGIA EXPERIMENTAL	75
5.2.1 – Corpos de prova	75
5.2.2 – Ensaio e instrumentação dos corpos de prova	77
5.2.3 – Determinação das curvas de resistência e valores de tenacidade à fratura	78

5.3 – METODOLOGIA NUMÉRICA.....	82
5.3.1 – Modelo de material.....	82
5.3.2 – Método numérico para o cálculo de J e elementos na região da trinca	84
5.3.3 – Representação do ensaio de tenacidade à fratura para o cálculo de J	85
5.3.4 – Modelos preliminares	88
5.3.4.1 – Tubo com pressão interna e trinca semi-elíptica	88
5.3.4.2 – Chapa em tração com trinca semi-elíptica.....	89
5.3.5 – Modelo da conexão flangeada	90
5.3.5.1 – Materiais do modelo.....	91
5.3.5.2 – Geometria do modelo	92
5.3.5.3 – Geometria das trincas.....	93
5.3.5.4 – Contactos.....	94
5.3.5.5 – Condições de contorno e de carregamento	95
5.3.5.6 – Malha na ponta da trinca e malha global	97
CAPÍTULO 6 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	102
6.1 – CORPOS DE PROVA C(T).....	103
6.1.1 – Curvas P-CMOD	103
6.1.2 – Curvas de resistência $J-R$	106
6.1.3 – Valores de tenacidade à fratura	107
6.1.3.1 – Valores de JIC para os ensaios a temperatura ambiente (22°C)	107
6.1.3.2 – Valores de Jc e Ju para os ensaios a baixa temperatura	109
6.1.4 – Representação numérica do corpo de prova C(T) para o cálculo de J	109

6.2 – MODELOS PRELIMINARES	113
6.2.1 – Valores de J para tubo pré-trincado com pressão interna.....	113
6.2.2 – Valores de J para chapa pré-trincada com tração axial	114
6.3 – CONEXÃO FLANGEADA PRÉ-TRINCADA	115
6.3.1 – Colapso plástico da conexão flangeada pré-trincada.....	115
6.3.2 – Diagramas de força motriz para a propagação de trinca da conexão flangeada pré-trincada.....	120
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES.....	125
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	128
ANEXO 1 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO AISI 4130	137
ANEXO 2 – CURVAS CMOD <i>VERSUS</i> P À TEMPERATURA AMBIENTE	138
ANEXO 3 – ANÁLISE DE TENSÕES NA CONEXÃO FLANGEADA	139
ANEXO 4 – DIAGRAMAS DE FORÇA MOTRIZ PARA A PROPAGAÇÃO DAS DIFERENTES TRINCAS.....	141

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Histórico e projeções do consumo mundial de energia primária [1].....	1
Figura 2 – Histórico e projeções do consumo de energia primária no Brasil [1].	2
Figura 3 – Detalhe de conector e duto flexível.	3
Figura 4 – Esquema básico de um arranjo submarino usando dutos flexíveis [5]	6
Figura 5 – Seção transversal típica de um duto flexível, adaptado de [6].....	7
Figura 6 – Corte transversal de um conector típico, adaptado de [6].	9
Figura 7 – Componentes típicos de uma conexão flangeada com anel metálico [11].....	10
Figura 8 – Carregamentos típicos em uma conexão flangeada API tipo 6BX.	12
Figura 9 – Diagrama de fases do dióxido de carbono, adaptado de [13].....	13
Figura 10 – Esquematização do vazamento de CO ₂ em um duto [14].	14
Figura 11 – Esquema de aplicação da Mecânica da fratura [19].....	15
Figura 12 – Definição do eixo de coordenadas na ponta de uma trinca [25].	17
Figura 13 – Representação dos modos de carregamentos aplicados a uma trinca [25]..	18
Figura 14 – Tensão normal ao plano da trinca em Modo I [25].	19
Figura 15 – Representação esquemática do CTOD (δ) [16].....	21
Figura 16 – Esquema do modelo da rótula plástica [25].....	23
Figura 17 – Determinação da componente plástica da abertura da boca da trinca, V_p [25].	23
Figura 18 – Esquematização de um contorno arbitrário junta da ponta da trinca, [27].	24
Figura 19 – Comportamento de material modelado mediante a equação de <i>Ramberg-Osgood</i> (modelo elástico não linear).....	26
Figura 20 – Relação J vs Δa (crescimento estável).....	28
Figura 21 – Crescimento por embotamento e crescimento estável de trinca.	28
Figura 22 – Representação da área A sob a curva $P - V$	29

Figura 23 – Registo típico P-CMOD ou P-LLD em um teste de descargas parciais. Adaptado de [18].	31
Figura 24 – Comparação entre o método de normalização e da flexibilidade, [32].	32
Figura 25 – Curvas de resistência utilizando diferentes técnicas, [16].	33
Figura 26 – Diagrama da força motriz para a propagação da trinca (CDFD). Adaptado de [18].	35
Figura 27 – Aproximação do crescimento da trinca através do CTOD. Adaptado de [16].	36
Figura 28 – FAD típico do procedimento R6 utilizando a opção 1 [42].	38
Figura 29 – CDFD trinca axial em cilindro de aço A533B sob pressão interna, [50].	39
Figura 30 – Comparação da integral J para um tubo sob momento fletor com trinca circunferencial em toda a espessura, [46].	41
Figura 31 – Comparação de metodologias que se baseiam no CDFD, [48].	44
Figura 32 – Discretização do domínio de problema em elementos finitos. Elemento e constituído pelos nós i, j e m . [57].	46
Figura 33 – Resumo do processo de solução usando o MEF, adaptado de [58].	48
Figura 34 – Problema de elasticidade geral, adaptado de [54].	49
Figura 35 – Elemento triangular plano em um sólido axisimétrico [57].	54
Figura 36 – Funções de interpolação lineares em uma dimensão [54].	54
Figura 37 – Parametrização de um elemento quadrilátero [54].	56
Figura 38 – Esquematização gráfica do Método de Newton Raphson [62].	59
Figura 39 – Aplicação do MEF a uma placa finita [56].	61
Figura 40 – Técnica simples para determinação de K utilizando o MEF [56].	62
Figura 41 – Diferentes <i>Quarter Point Elements</i> para duas e três dimensões [56].	63
Figura 42 – Elemento quadrilátero isoparamétrico distorcido e colapsado, [56].	64
Figura 43 – Elemento quadrilátero isoparamétrico colapsado com comportamento elasto plástico [56].	64
Figura 44 – Esquematização do método VCE em uma malha de elementos finitos, adaptado de [56].	66

Figura 45 – Utilização do método de integração no domínio de J [70].	67
Figura 46 – Contornos do domínio de integração de uma malha de elementos finitos, adaptado de [56].	68
Figura 47 – Comparação dos valores de J entre um modelo numérico e o modelo analítico proposto por [73].	69
Figura 48 – Comparação dos valores de J entre um modelo numérico e o modelo analítico proposto por [74].	70
Figura 49 – Resultados da integral J obtidos para 10 contornos do corpo C(T). Aço baixa liga 22 Ni Mo Cr 3 7, adaptado de [75].	71
Figura 50 – Modelo numérico de uma trinca semi elíptica em placa sob tração, adaptado de [76].	72
Figura 51 – Resultados CMOD <i>versus</i> J para as diferentes abordagens, adaptado de [76].	73
Figura 52 – Barra circular forjada do aço AISI 4130 (100mm x 200mm).	75
Figura 53 – Esquema da geometria do corpo de prova compacto C(T).	76
Figura 54 – Corpo de prova compacto C(T) instrumentado e pronto para o ensaio.	77
Figura 55 – Região de qualificação dos pontos da curva de resistência JR [23].	80
Figura 56 – Determinação de JIC para materiais metálicos conforme ASTM E1820 [23]. Retirado de [29].	81
Figura 57 – Superfície de encruamento de von Mises no plano desviado ($\sigma F0$ representa a tensão de escoamento inicial) [56].	83
Figura 58 – Curva bi-linear do aço AISI 4130 utilizada nos modelos numéricos.	84
Figura 59 – Modelos numéricos: completo, com simetria e dupla simetria.	86
Figura 60 – Condições de simetria e deslocamento imposto do modelo numérico do corpo de prova compacto C(T).	87
Figura 61 – Parâmetros do estudo de convergência de malha na ponta da trinca.	87
Figura 62 – Modelo de tubo com pressão interna com trinca semi-elíptica orientada axialmente na face interna do tubo.	89
Figura 63 – Modelo de chapa com em tração com trinca semi-elíptica.	90
Figura 64 – Flange 7 1/16" API 6BX 10000PSI BX156 (1/12 da geometria).	92

Figura 65 – Localização e orientação das trincas modeladas.	94
Figura 66 – Superfícies em contacto no modelo numérico.	95
Figura 67 – Condições de contorno e carregamento do modelo numérico.	96
Figura 68 – Parâmetros utilizados para definir a malha na ponta da trinca.	97
Figura 69 – Malha global do modelo numérico. À esquerda o modelo unicamente com elementos hexaédricos e à direita modelo com elementos hexaédricos e tetraédricos..	100
Figura 70 – Curvas CMOD <i>versus</i> P para diferentes temperaturas.	104
Figura 71 – Corpos de prova C(T) durante ensaio.	105
Figura 72 – Aspecto dos corpos de prova C(T) após a conclusão dos ensaios.	105
Figura 73 – Curvas J <i>versus</i> Δa obtidas pelo método das descargas parciais para os quatro corpos de prova ensaiados à temperatura ambiente.	106
Figura 74 – Ajuste das curvas J <i>versus</i> Δa conforme ASTM E1820 [23].	108
Figura 75 – Evolução da tensão máxima principal no plano central do corpo C(T), resultados em MPa.	110
Figura 76 – Resultados da análise de sensibilidade da malha.	112
Figura 77 – Evolução LLD <i>versus</i> J para o corpo de prova compacto C(T).	112
Figura 78 – Pressão interna <i>versus</i> J para tubo com trinca semi-elíptica (ver secção 5.3.4.1).	114
Figura 79 – Força axial <i>versus</i> J em chapa com trinca semi-elíptica (ver secção 5.3.4.2).	115
Figura 80 – Tensão no flange e no estojo <i>versus</i> profundidade da trinca. Trinca A.	117
Figura 81 – Tensão no flange e no estojo <i>versus</i> profundidade da trinca. Trinca B.	117
Figura 82 – Tensões linearizadas no estojo e no corpo do flange. Trinca A e $a=30\text{mm}$	118
Figura 83 – Tensões linearizadas no estojo e no corpo do flange. Trinca B e $a=4\text{mm}$	119
Figura 84 – Distribuição da pressão de contato nas faces de vedação do anel metálico.	120
Figura 85 – Integral J para o modelo de trinca C com profundidade de 7mm e força axial de 2250 kN ($J_{\text{máx}} = 1,38\text{kJm}^2 \text{ ou } \text{Nmm}$)	121
Figura 86 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca A.	122

Figura 87 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca A (escala aumentada).	123
Figura 88 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca E.	124
Figura 89 – Curvas CMOD <i>versus</i> P à temperatura ambiente.	138
Figura 90 – Tensão no flange e no estojo <i>versus</i> profundidade da trinca. Trinca C.	139
Figura 91 – Tensão no flange e no estojo <i>versus</i> profundidade da trinca. Trinca D.	140
Figura 92 – Tensão no flange e no estojo <i>versus</i> profundidade da trinca. Trinca E.	140
Figura 93 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca B.	141
Figura 94 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca C.	142
Figura 95 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca D.	142

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Formas típicas de elementos finitos.	53
Tabela 2 – Propriedades mecânicas do aço AISI 4130 utilizado neste trabalho.....	74
Tabela 3 – Propriedades mecânicas do aço AISI 4130 utilizados nos modelos numéricos.	84
Tabela 4 – Características dos elementos finitos utilizados na região da trinca.	85
Tabela 5 – Propriedades mecânicas do anel BX e dos estojos utilizadas nos modelos numéricos.	91
Tabela 6 – Características das trincas modeladas.	93
Tabela 7 – Condições de carregamento.	96
Tabela 8 – Definição da malha na ponta da trinca de acordo com os parâmetros da Figura 68.	98
Tabela 9 – Características dos elementos utilizados na malha global do modelo.	100
Tabela 10 – Parâmetro de fratura JIC e constante das leis de potência dos ajustes das curvas da Figura 74.	108
Tabela 11 – Parâmetro de fratura no ponto de instabilidade (Jc e Ju).	109
Tabela 12 – Modelos utilizados para estudo de sensibilidade da malha (ver Figura 61).	111

LISTA DE ABREVIATURAS

AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
API	<i>American Petroleum Institute</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
BSI	<i>British Standard Institution</i>
CDFD	<i>Crack Driving Force Diagram</i>
CMOD	<i>Crack Mouth Opening Displacement</i>
CTOD	<i>Crack Tip Opening Displacement</i>
C(T)	<i>Compact Tension Specimens</i>
CO ₂	Dióxido de Carbono (gás)
CP	Corpo de Prova (1,2,3 e 4)
CRA	<i>Corrosion Resistent Alloy</i>
Curvas J_R	Curvas de resistência ao crescimento de trincas
EPRI-GE	<i>Electric Power Reseach Institute e General Electrics</i>
ETM	<i>Engineering Treatment Model</i>
FAD	<i>Failure Assessment Diagram</i>
FEA	<i>Finite Element Analysis</i>
FFS	<i>Fitness For Service</i>
FITNET	<i>Fitness for Service Network</i>

H ₂ S	Ácido sulfídrico (gás)
HRR	Campo de tensões e def. nomeado por Hutchinson, Rice e Rosengren
LLD	<i>Load Line Displacement</i> (Deslocamento do ponto de aplicação da carga)
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFEP	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
QPE	<i>Quarter Point Element</i>
RSM	<i>Reference Stress Method</i>
SINTAP	<i>Structural Integrity Assessment Procedures of European Industry</i>
UNS	<i>Unified numbering system</i>
VCE	<i>Virtual Crack Extension</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Comprimento da trinca
A	Área sob o diagrama carga <i>versus</i> deslocamento
a_0	Comprimento da trinca inicial
A_{pl}	Componente plástica da área sob o diagrama carga <i>versus</i> deslocamento
b	Ligamento remanescente original do corpo de prova
b_0	Ligamento remanescente do corpo de prova ($W - a$)
B	Espessura do corpo de prova
B_N	Espessura local do corpo de prova com entalhes laterais
C_i	Flexibilidade elástica (<i>compliance</i>) do corpo de prova
da	Crescimento infinitesimal da trinca
ds	Elemento infinitesimal do arco ao longo de Γ
E	Módulo de elasticidade do material
E'	Módulo de elasticidade aparente para materiais ortotrópicos
G	Energia disponível para propagação da trinca
H	Módulo tangente
I_n	Constante de integração que depende de n e do estado de tensões
J	Integral J

$J_{Apli.}$	Integral J aplicado
J_{IC}	Tenacidade à fratura em termos de J
$J_{Elástico}$	Componente elástica de J
$J_{mat.}$	Resistência à propagação de trinca em termos de J
$J_{Plástico}$	Componente plástica de J
J_Q	Valor da integral J candidato (provisório) a J_{IC}
K	Fator intensidade de tensões
K_{IC}	Fator de intensidade de tensões crítico no modo I de carregamento
K_I	Fator de intensidade de tensões crítico no modo I de carregamento
K_{eff}	Fator de intensidade de tensão efetivo
m	Parâmetro relacionado ao estado de tensões
n	Parâmetro da equação de <i>Ramberg-Osgood</i>
$N_{Esp.}$	Número de elementos ao longo da espessura da chapa do corpo de prova
n_i	Vetor unitário normal a Γ
P	Carga aplicada ao corpo
r	Raio de distância à ponta da trinca
R	Resistência à propagação da trinca ($G_c = R$)
R_1	Raio do primeiro contorno de elementos ao redor da ponta da trinca
R_2	Raio do segundo contorno de elementos ao redor da ponta da trinca
T	Vetor tração normal a Γ orientado para fora / Módulo de Rasgamento

U	Energia Potencial
U_a	Variação da energia elástica de deformação
V	Deslocamento do ponto de aplicação da carga
V_p	Componente plástica da abertura da boca da trinca
v	Deslocamento (LLD ou CMOD)
W	Energia de deformação por unidade de volume / altura do corpo de prova
α	Parâmetro da equação de <i>Ramberg-Osgood</i>
δ	CTOD
δ_5	CTOD de Schwalbe
δ_{el}	Parte elástica do CTOD
δ_{pl}	Parte plástica do CTOD
ε	Deformação verdadeira
ε_{ij}	Tensor de deformações
η	Parâmetro adimensional para cálculo do $J_{plástico}$
ξ, η	Coordenadas naturais do elemento isoparamétrico
θ	Coordenada polar na ponta da trinca
Δa	Propagação da trinca
ΔA	Incremento de área de trinca
σ	Tensão real
σ_{ij}	Tensor de tensões

σ_c	Tensão de colapso da estrutura
σ_M	Tensão de membrana (Tensão M)
σ_B	Tensão de flexão (Tensão B). B do inglês <i>Bending</i> .
σ_{M+B}	Tensão de membrana mais flexão (Tensão M+B)
σ_Y	Valor médio entre o limite de escoamento e o limite de resistência
σ_{YS}	Tensão de limite de escoamento do material
ν	Coeficiente de <i>Poisson</i>
Γ	Contorno da integral para o cálculo de J

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO

No início do século XVIII houve um aumento significativo do consumo de energia em consequência da revolução industrial e do rápido crescimento populacional. Nos dias de hoje, as agências internacionais prevêem o óleo e o gás como as principais fontes de energia primária no mundo [1], como pode ser visto nas projeções da Figura 1.

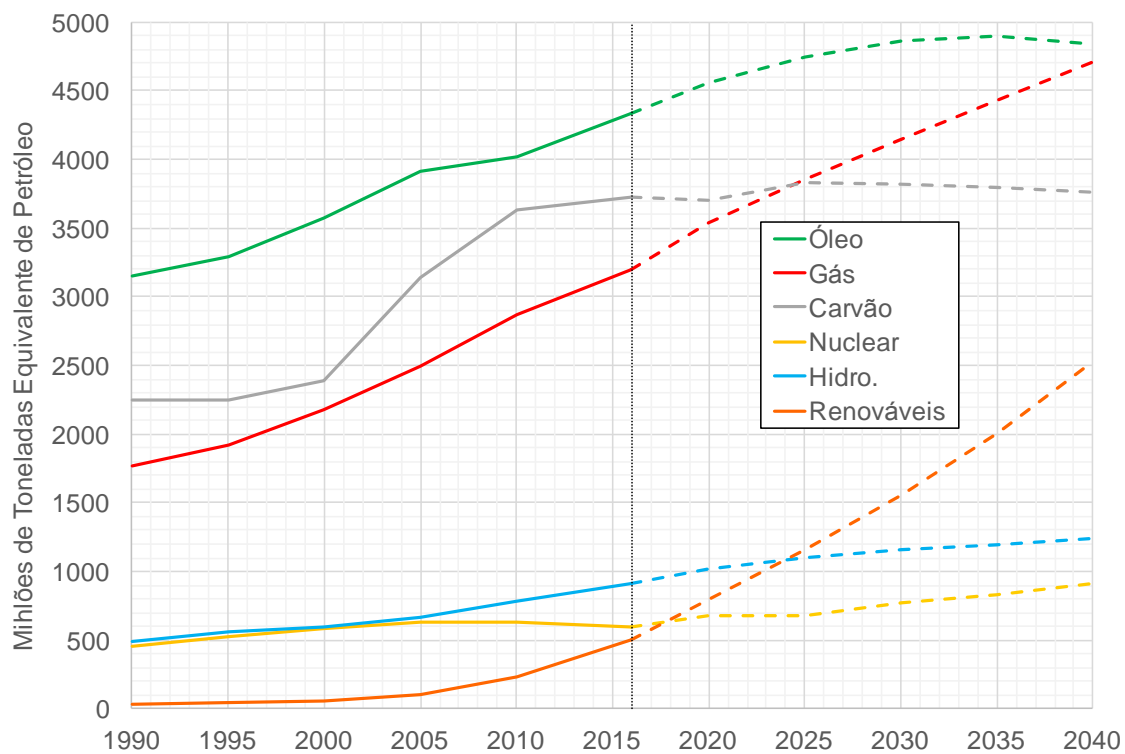


Figura 1 – Histórico e projeções do consumo mundial de energia primária [1].

Um cenário similar é previsto para o Brasil, no entanto, a perspectiva é que a maior fonte de consumo seja o óleo, e que o gás diminua a sua tendência de crescimento, continuando, no entanto, a representar uma parcela considerável no consumo de energia. Perpectiva-se que as energias renováveis venham a ocupar uma parte considerável da

matriz energética nacional nas próximas décadas (Figura 2). Este cenário abre um caminho promissor para a exploração de óleo e gás em campos *offshore* no Brasil.

As recentes descobertas no pré-sal colocam o Brasil numa boa posição estratégica face à demanda de energia mundial. No entanto, vários desafios tecnológicos surgiram com o pré-sal, nomeadamente, altas pressões, altas e baixas temperaturas no ambiente submarino associadas a grandes profundidades de exploração e à alta presença de gás carbônico (CO₂) e de gás sulfídrico (H₂S) nos hidrocarbonetos [2].

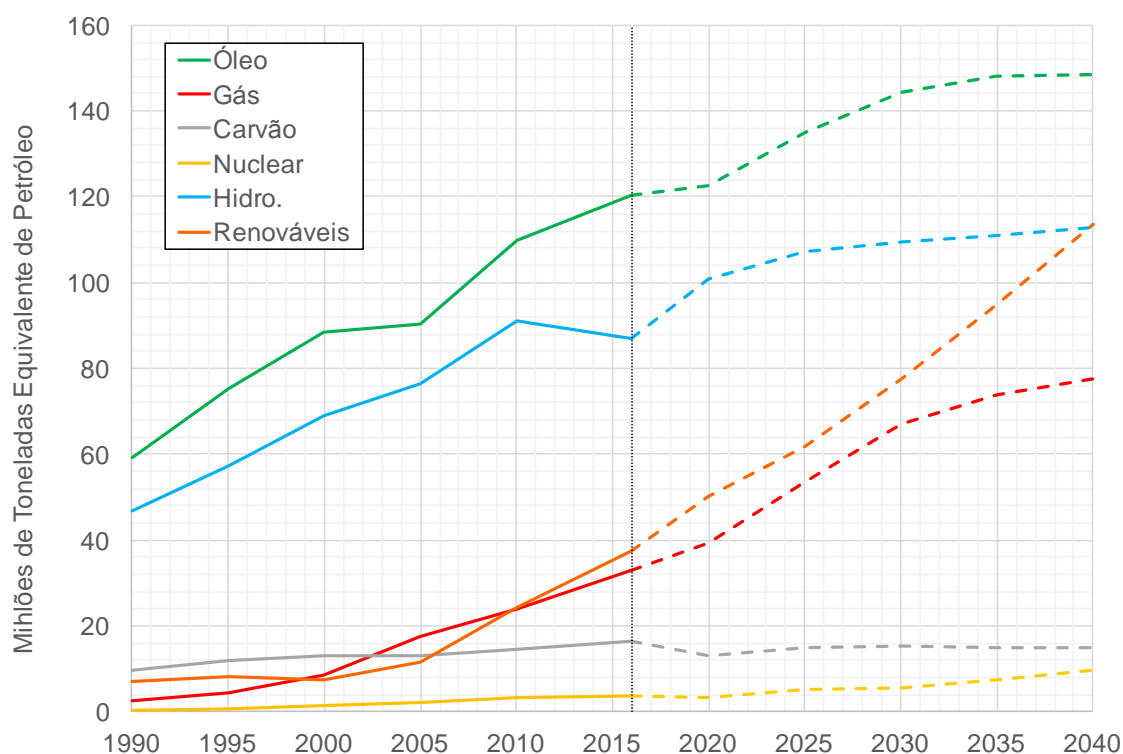


Figura 2 – Histórico e projeções do consumo de energia primária no Brasil [1].

Os dutos flexíveis e seus acessórios são amplamente utilizados na produção e exportação de óleo e gás, assim como na injeção de água e gás nos campos *offshore*. Estes dutos são conectados através de componentes de aço forjado, designados de conectores (do inglês, *end fitting*). Os conectores possuem terminações flangeadas de forma a se conectarem entre si através de fixadores (estojos e porcas), e possuem também

anéis metálicos entre os flanges para garantirem a estanqueidade da conexão. Uma representação esquemática de uma conexão pode ser vista na Figura 3.

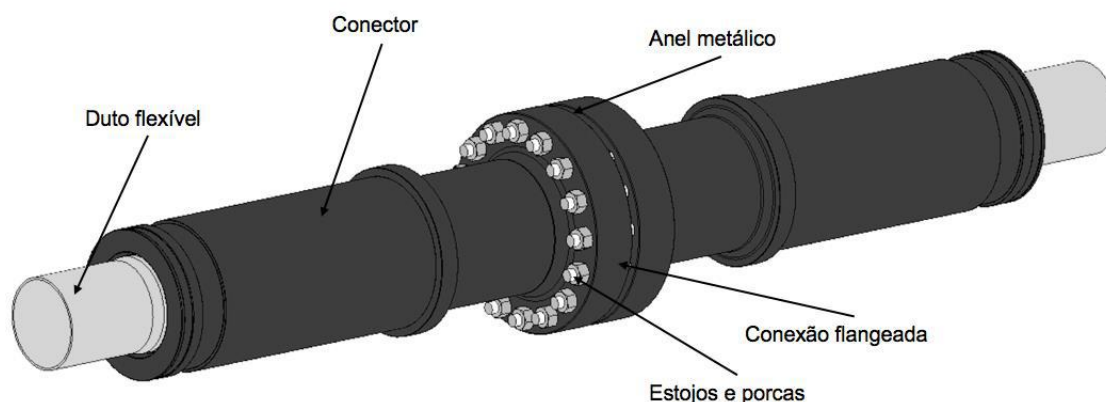


Figura 3 – Detalhe de conector e duto flexível.

As conexões flangeadas estão sujeitas a carregamentos externos durante a instalação e operação dos dutos flexíveis, portanto, é necessário avaliar a sua integridade estrutural tanto do ponto de vista de colapso plástico, como de tenacidade à fratura. Um problema associado às aplicações de injeção de gás é quando ocorre um vazamento. O fluido pressurizado expande e ocorre uma queda local de temperatura. Na presença de vazamento de CO_2 supercrítico, a queda de temperatura pode comprometer a tenacidade do material e ocorrer uma falha por fratura no conector [3].

Os conectores são produto da transformação de um bloco fundido, o lingote. Desta forma, a técnica de fundição, o grau de deformação mecânica e o subsequente tratamento térmico definem a qualidade do produto final. Os forjados estão sujeitos a descontinuidades de material como qualquer processo de conformação mecânica em metais. Trincas planas no núcleo ou cilíndricas na superfície podem ocorrer durante a deformação mecânica devido à falta de plastificação. Se a desgaseificação do metal líquido for realizada de forma incorreta, podem também ocorrer pequenas trincas nos contornos de grão [4]. Durante o manuseio ou instalação dos dutos flexíveis, podem também ocorrer danos nos conectores, ocasionando defeitos ou trincas superficiais.

A indústria de óleo e gás é classificada como uma indústria de alto risco devido às consequências que esta acarreta caso ocorram falhas que comprometam a integridade estrutural dos equipamentos envolvidos na exploração. Neste contexto, a seleção de materiais metálicos, nomeadamente nos conectores de dutos flexíveis, representa uma etapa fundamental na fase de projeto. Inserido neste cenário, os conectores dos dutos flexíveis necessitam ser avaliados mediante a utilização da mecânica da fratura. Torna-se necessário quantificar a tenacidade dos materiais, através de parâmetros que descrevem o campo de tensões e deformações na ponta de uma trinca (K , CTOD e Integral J) e, posteriormente, avaliar a integridade estrutural dos componentes com pré-trincas existentes.

Este trabalho tem como objetivo principal a utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF) para o cálculo do Integral J (parâmetro da mecânica da fratura elasto-plástica) como força motriz para o crescimento de trincas em conexões flangeadas. Na posse da Integral J , calculada para diferentes carregamentos e tamanhos de pré-trincas existentes nas conexões, pretende-se construir diagramas de força motriz para a propagação de trincas (CDFD - *Crack Driving Force Diagram*) e, assim, prever falhas por fratura das conexões. Este trabalho contribui para o desenvolvimento da abordagem via elementos finitos em conexões flangeadas do ponto de vista da mecânica da fratura, permitindo assim uma avaliação da integridade estrutural de conexões com trincas pré-existent e avaliar a continuidade da sua operação.

A revisão bibliográfica será apresentada nos capítulos 2, 3 e 4. O capítulo 2 apresenta, de forma breve a utilização de conexões flangeadas em dutos flexíveis. No capítulo 3 é feita uma revisão da mecânica da fratura elasto-plástica e são apresentadas metodologias de avaliação de integridade estrutural de equipamentos. Uma introdução ao MEF é apresentada no capítulo 4, abordando problemas de elasticidade e mecânica da fratura. Os materiais utilizados neste trabalho assim como a metodologia experimental e numérica são apresentados no capítulo 5. Os resultados e discussão são apresentados no capítulo 6 e por fim no capítulo 7 as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

Capítulo 2 – CONEXÕES FLANGEADAS EM DUTOS FLEXÍVEIS

Em sistemas submarinos de produção de óleo e gás, os dutos flexíveis são usados para transportar esses fluidos desde o poço até a plataforma, e para injetar água ou gás no poço. Em cada extremidade do duto flexível são instalados conectores (*end fitting*) que tipicamente possuem conexões flangeadas nas suas terminações.

2.1 – DUTOS FLEXÍVEIS (*FLEXIBLE PIPES*)

Os dutos flexíveis consistem em um tipo de sistema de elevação (*Riser production system*) que conectam a unidade flutuadora (*Float unit*) com a cabeça do poço (*Wellheads*) desde a superfície até o leito marinho. Os dutos flexíveis podem ser classificados em *flowlines* e *risers*. O *flowline* basicamente transporta o fluido da cabeça do poço até o *riser*, e o *riser* transporta o fluido até a unidade flutuadora. A Figura 4 mostra um esquema básico de um arranjo submarino usando dutos flexíveis. Além dos dutos flexíveis, podem ser usados dutos rígidos ou dutos híbridos que basicamente são a combinação dos anteriores.

Os dutos flexíveis são usados desde a década de 1970 nos campos *offshore* do Brasil, Mar do Norte, Golfo do México entre outros [6]. São projetados para operarem em condições bastante adversas, incluindo lâminas de água de 2500 metros, pressões de até 13000 psi, temperaturas que podem exceder 60° C, ambientes corrosivos que incluem produtos do óleo e do gás, como H₂S (Ácido sulfídrico), CO₂ (Dióxido de carbono) e água do mar, e carregamentos dinâmicos severos resultantes da movimentação das unidades flutuadoras e das condições ambientais (ondas e marés).

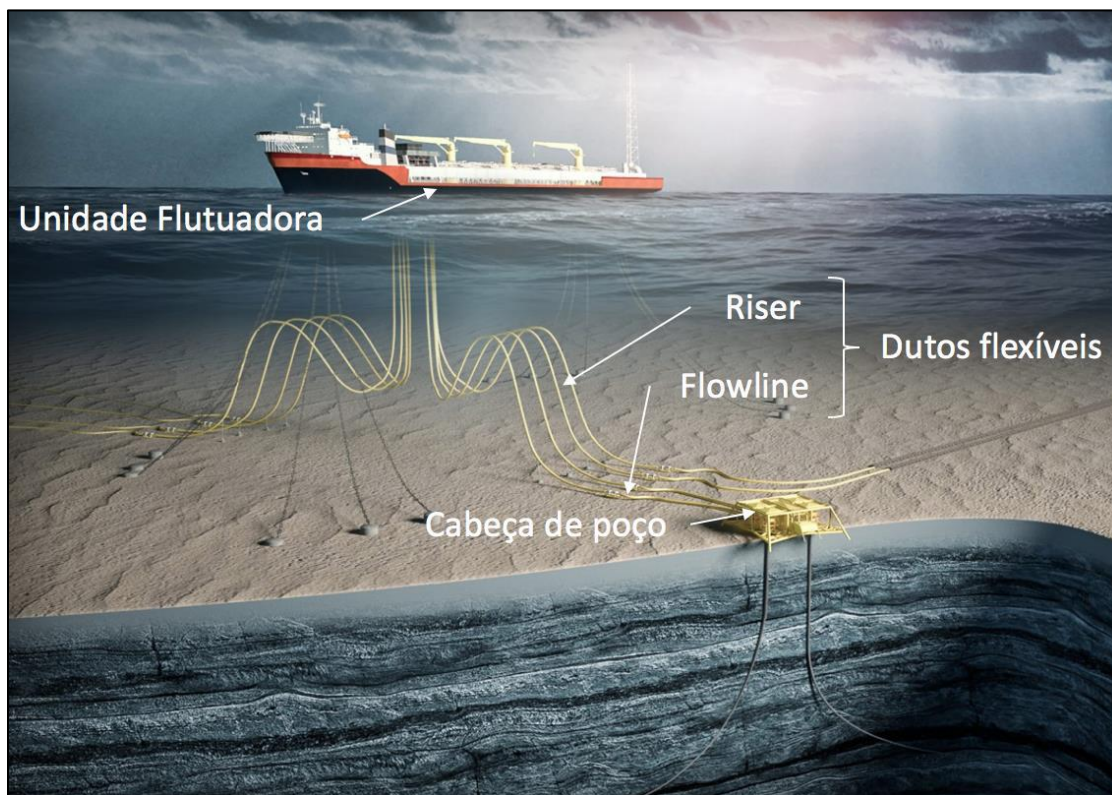


Figura 4 – Esquema básico de um arranjo submarino usando dutos flexíveis [5]

A principal característica dos dutos flexíveis é a baixa rigidez flexional face à rigidez axial. Esta característica é conseguida devido às diferentes camadas de diferentes materiais de que o duto é constituído. As camadas permitem deslizar entre si quando sujeitas a carregamentos permitindo assim ao duto ter uma rigidez flexional baixa. O duto flexível combina camadas metálicas com elevada rigidez para fornecer resistência e camadas poliméricas de vedação com baixa rigidez para fornecer integridade ao fluido. Estas características fornecem, assim, ao duto flexível, vantagens sobre os dutos rígidos, como armazenamento de longos comprimentos em bobinas, custos reduzidos de transporte e instalação, e versatilidade na adequação a diferentes estruturas.

A Figura 5, apresenta as camadas típicas de um duto flexível. Em seguida serão discutidas as cinco principais camadas de um duto flexível [6].

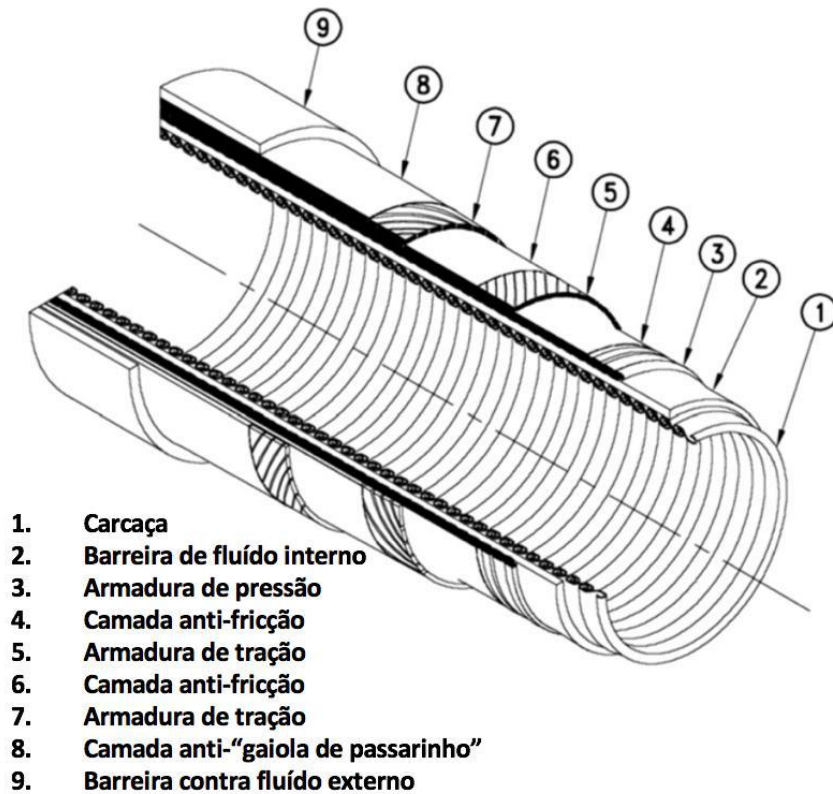


Figura 5 – Seção transversal típica de um duto flexível, adaptado de [6].

Carcaça - camada mais interna do duto, constituída por uma fita em aço inoxidável conformada em perfil intertravado. A principal função desta camada é prevenir o colapso do duto devido à pressão hidrostática.

Camada interna polimérica - fornece uma barreira de forma a manter o fluido na parte interna do duto (esta região é denominada de *bore*). As concentrações e temperaturas do fluido são a chave para o dimensionamento desta camada.

Armadura de pressão - tem como função resistir à pressão interna exercida pelo fluido transportado. É enrolada por cima da camada interna polimérica e é feita de um fio intertravado de metal.

Armadura de tração - constituída por pares de fios chatos de aço enrolados em espiral. A função destas armaduras é resistir aos carregamentos de tração, sendo usadas para suportar o peso de todo o duto e transferir os carregamentos através do conector para a

estrutura da unidade flutuadora. Em casos com elevada carga axial, podem ser usados dois pares de armaduras.

Camada externa polimérica – funciona como uma barreira ao ingresso de água do mar além de servir como uma proteção aos fios da armadura de tração.

Existem ainda fitas anti-fricção que ficam entre as armaduras de tração para reduzir o atrito e a fricção entre as camadas durante a flexão do duto quando este fica sujeito a carregamento externo. Fitas anti-desgaste podem ser utilizadas para garantir que as camadas da armadura mantenham a sua forma, prevenindo, assim, a torção dos fios da armadura de tração que resulta da compressão axial do duto devido à pressão hidrostática (fenômeno chamado de gaiola de passarinho, *birdcaging*), [6].

2.2 – CONECTORES (*END FITTING*)

O dimensionamento dos conectores é um ponto crítico no processo de dimensionamento dos dutos flexíveis. As principais funções do conector são transferir o carregamento sustentado pelo duto flexível através das armaduras de tração para a unidade flutuadora e complementar a vedação das camadas poliméricas como barreira aos fluidos. A Figura 6 apresenta uma seção em corte transversal típica de um conector.

Os dutos flexíveis são tipicamente conectados entre si através de conexões flangeadas, que são parte integrante dos conectores.

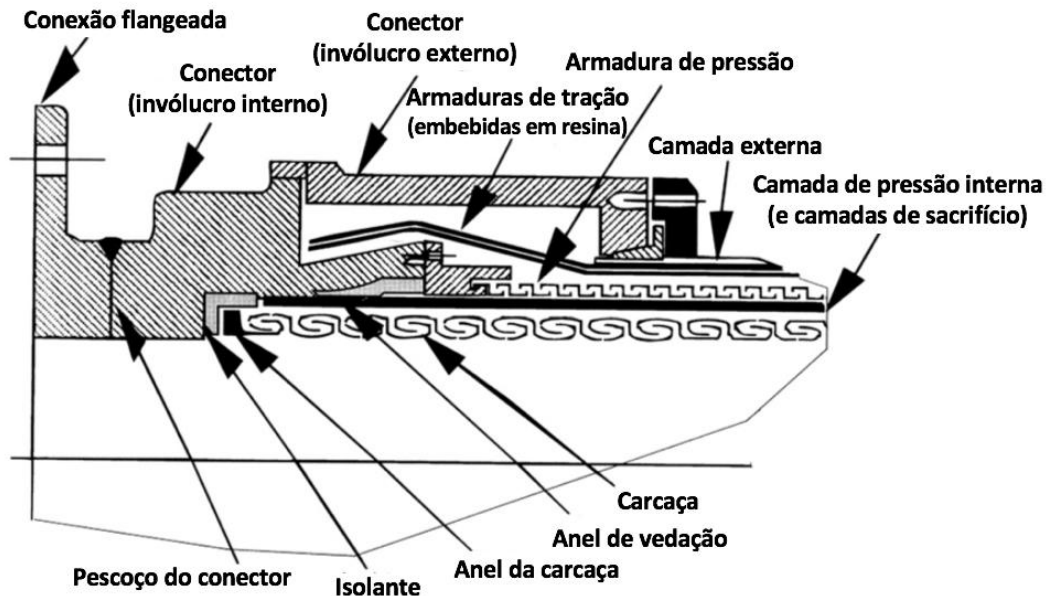


Figura 6 – Corte transversal de um conector típico, adaptado de [6].

2.3 – CONEXÕES FLANGEADAS

A maioria das conexões flangeadas usadas em sistemas submarinos de produção de óleo e gás são fabricadas de acordo com os padrões estabelecidos pela *American Petroleum Institute*, API 6A [7] e 17D [8] ou pela *American Society of Mechanical Engineers*, ASME B16.5 [9]. Essas conexões possuem juntas tipo anel metálico (*Ring Type Joints - RTJ*). O fechamento da conexão é iniciado com o posicionamento dos flanges e do anel metálico de vedação. Com os flanges alinhados, os estojos são pré-tensionados de forma a comprimir o anel metálico. A Figura 7, ilustra os componentes típicos de uma conexão flangeada com junta tipo anel metálico. A vedação neste tipo de conexão é obtida em uma linha de contato, por ação de cunha, causando elevadas pressões de esmagamento e, desta forma, forçando o material a escoar nesta região. A pequena área de vedação, com alta pressão de contato, resulta em grande confiabilidade. Entretanto, as superfícies de contato da junta e do flange devem ser cuidadosamente usinadas e acabadas. Existem vários tipos de anéis metálicos. Inicialmente foram desenvolvidos os anéis com perfil oval que evoluíram, posteriormente, para outros tipos de perfis [10].

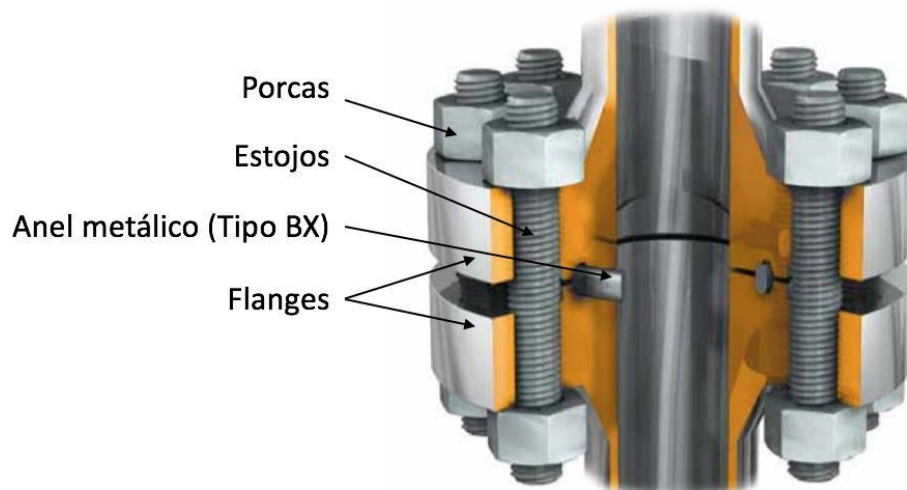


Figura 7 – Componentes típicos de uma conexão flangeada com anel metálico [11].

O anel tipo BX é um tipo de anel metálico que possui uma seção quadrada com cantos chanfrados. Foi projetado somente para flanges tipo API 6BX, em pressões de 2.000 a 20.000psi. O diâmetro médio da junta é ligeiramente maior que o do alojamento no flange. Assim, a junta, ao ser montada, fica pré-comprimida pelo diâmetro externo, criando o efeito de elevação de vedação com o aumento da pressão de operação. As juntas deste tipo possuem uma pequena interferência geométrica com os canais de alojamento dos flanges e uma vez que são comprimidas, não podem ser reutilizadas [10].

A norma API 6A [7], especifica as propriedades mecânicas mínimas para os materiais das conexões flangeadas. Para conexões que operam com pressões até 10.000psi, deve ser usado, no mínimo, o material com designação 60K (60ksi ou 414MPa). Para pressões maiores que 10000psi, deve ser usado o material com designação 75K (75ksi ou 517MPa). Tipicamente os fabricantes de flanges usam aços de baixa liga AISI 4130, 4140 e 8630 ou aço inoxidável martensítico UNS grau 410 para atender os requisitos das propriedades de material da API 6A [12]. Os canais dos flanges que alojam os anéis metálicos devem ter uma superfície resistente à corrosão. Se os flanges não forem fabricados em ligas resistentes à corrosão (*Corrosion Resistant Alloy, CRA*), devem ser utilizados preenchimentos de solda (*Welded inlays*) nestas regiões dos canais de forma a garantir uma superfície resistente à corrosão [6].

De forma a atender os requisitos da API 6A [7], os anéis metálicos são normalmente fabricados em ligas resistentes à corrosão ou aços inoxidáveis, como por exemplo Inconel 625, Incoloy 825 ou AISI 316 [10]. A seleção do material dos estojos e porcas depende das características da aplicação, nomeadamente da resistência mecânica requerida, do ambiente da operação (por exemplo concentração de H_2S e CO_2) e da temperatura de operação. Dependendo da aplicação, de acordo com a API 6A [7], o material dos estojos e porcas deve ser de acordo com as normas ASTM A193/A193M Gr. B7/B7M ou A320/A320M Gr. L7/L7M para estojos e ASTM A194/194M Gr.2H/2HM ou ASTM A194/194M Gr.7/7M para porcas, respectivamente. Ligas resistentes à corrosão devem ser usadas se as condições o exigirem.

Como já foi mencionado, as conexões flangeadas, principalmente as que conectam os *risers*, estão sujeitas tipicamente a carregamentos de tração, pressão interna e externa. As conexões junto da cabeça do poço ficam sujeitas também a carregamentos de flexão e cisalhante. A pressão externa que atua nas conexões, ou seja, a pressão hidrostática, é benéfica do ponto de vista da vedação da conexão, considerando-se, portanto, a pressão diferencial no lugar da pressão interna. A Figura 8 ilustra os principais carregamentos que ocorrem numa conexão flangeadas de dutos flexíveis.

Na fase de projeto de uma conexão flangeada, devem ser considerados todos os modos de falha possíveis dos componentes que constituem a conexão (Figura 7), pois não sendo ela redundante, a falha de um componente significa a falha da conexão. Desta forma, devem ser considerados os três modos de falha possíveis: a falha estrutural do corpo do flange, a falha estrutural dos elementos de fixação (estojos e porcas) e a perda de estanquidade na região de vedação.

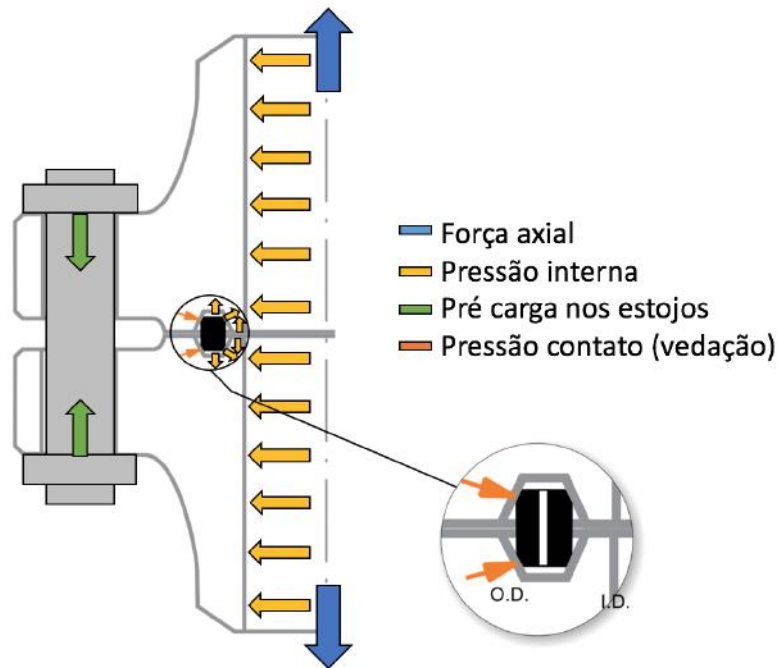


Figura 8 – Carregamentos típicos em uma conexão flangeada API tipo 6BX.

Nos dutos flexíveis de injeção de gás, além dos carregamentos externos, existe um outro fator que deve ser levado em conta na fase de projeto. Os gases transportados nos dutos contêm CO_2 à alta pressão e temperatura, podendo encontrar-se na fase supercrítica. A Figura 9 ilustra o diagrama de fases do CO_2 em função da pressão e da temperatura. No ponto triplo, todas as fases, sólido, líquido e gasoso coexistem em equilíbrio termodinâmico. Ao longo da linha sólido-gás e abaixo do ponto triplo, o CO_2 sublima, ou seja, converte-se diretamente de sólido em gás sem passar pela fase líquida. Ao longo da linha sólido-líquido, acima do ponto triplo, o CO_2 sólido derrete e passa para a fase líquida, enquanto que acima da linha sólido-líquido e acima do ponto triplo, o CO_2 evapora e passa para a fase gasosa. No ponto crítico, a fase líquida e gasosa não se distingue e as fronteiras de fase não existem mais. Estas características no ponto crítico e as altas temperaturas e pressões caracterizam a área onde o CO_2 é um fluido supercrítico [13].

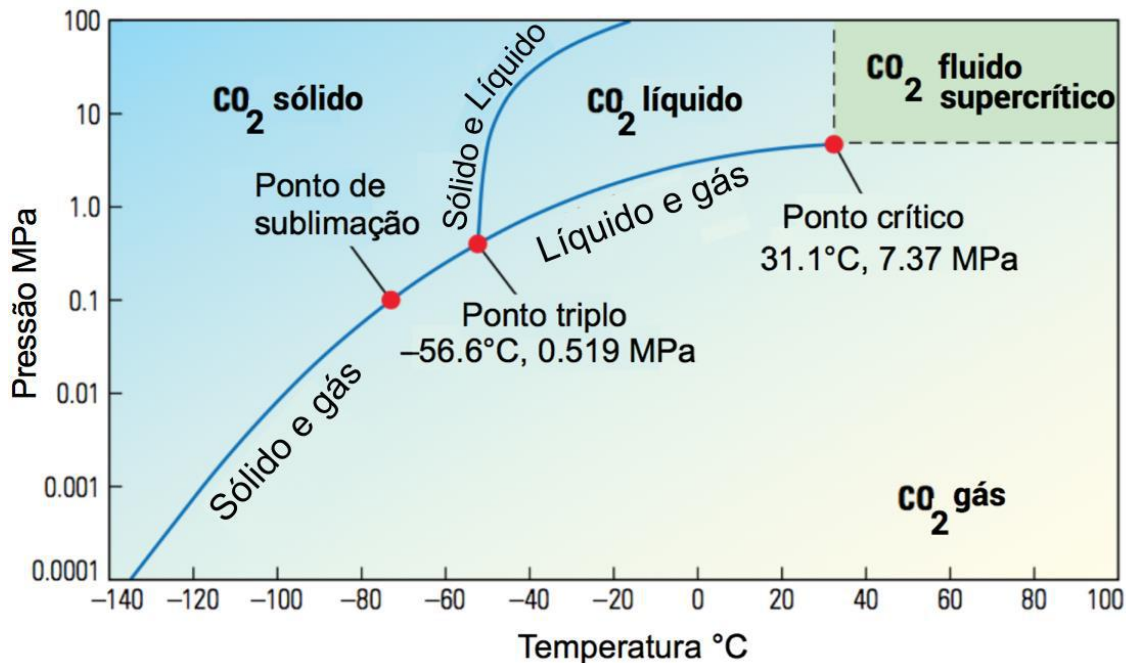


Figura 9 – Diagrama de fases do dióxido de carbono, adaptado de [13].

O vazamento de CO₂ à alta pressão em dutos envolve um fenômeno complexo (Figura 10), incluindo a expansão e um jato repentino de gás, dispersão de uma nuvem densa de CO₂, queda de CO₂ sólido e sublimação de gelo seco, assim como variações dos campos de pressão e temperatura nas tubagens [14]. Durante o vazamento de CO₂, o fluido sofre uma queda de pressão ao ter contato com o exterior, experimentando uma expansão adiabática, sendo assim, arrefecido pelo efeito *Joule-Thomson* [15]. Segundo a mesma referência, foram realizados testes experimentais onde foi observada uma queda de pressão de 2.3MPa, que causou uma queda de temperatura do CO₂ em mais de 60°C. Desta forma, se ocorrer um vazamento na conexão flangeada, a queda de temperatura do gás e por consequência da conexão pode comprometer a tenacidade do material, uma vez que esta é reduzida com a temperatura para a maioria dos aços usados na fabricação de conexões flangeadas [16].

É importante ressaltar que de acordo com a norma API 6A [7], durante os ensaios não destrutivos na fase de inspeção das peças forjadas, não são permitidos defeitos no material superiores a 6.4mm. No entanto, durante a fase de transporte, manuseio, instalação e operação, esses defeitos podem crescer devido aos carregamentos dinâmicos ou novos defeitos podem surgir devido a danos causados nas conexões.

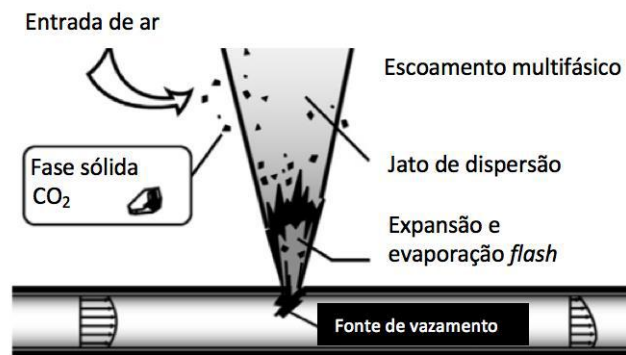


Figura 10 – Esquematização do vazamento de CO_2 em um duto [14].

Capítulo 3 – MECÂNICA DA FRATURA

A mecânica da fratura baseia-se na propriedade de tenacidade à fratura do material para avaliação da integridade estrutural dos componentes mecânicos, diferentemente dos métodos tradicionais de resistência dos materiais que consideram o escoamento ou a ruptura dos mesmos. A tenacidade à fratura é definida como a propriedade que quantifica a resistência do material à propagação de trinca. Os defeitos do material são características inerentes aos componentes mecânicos, mesmo que o processo de fabricação seja controlado, os defeitos podem aparecer de diversas formas. Na prática, trincas elípticas normalmente aparecem nas superfícies dos componentes na forma de semi-elipse, e na forma de quarto-de-elipse nos cantos [18]. A integridade estrutural do componente mecânico pode ser comprometida mesmo este sendo submetido a condições normais de operação. Dependendo da presença de um concentrador de tensões e da capacidade do componente absorver deformações plásticas localizadas, existe a possibilidade de ocorrência de uma fratura frágil, catastrófica e inesperada [16]. A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) aplica-se a materiais que apresentam um comportamento frágil ou quase-frágil, através da teoria de elasticidade linear. Em alguns casos particulares, onde a deformação plástica é relativamente pequena, a MFLE ainda é válida.

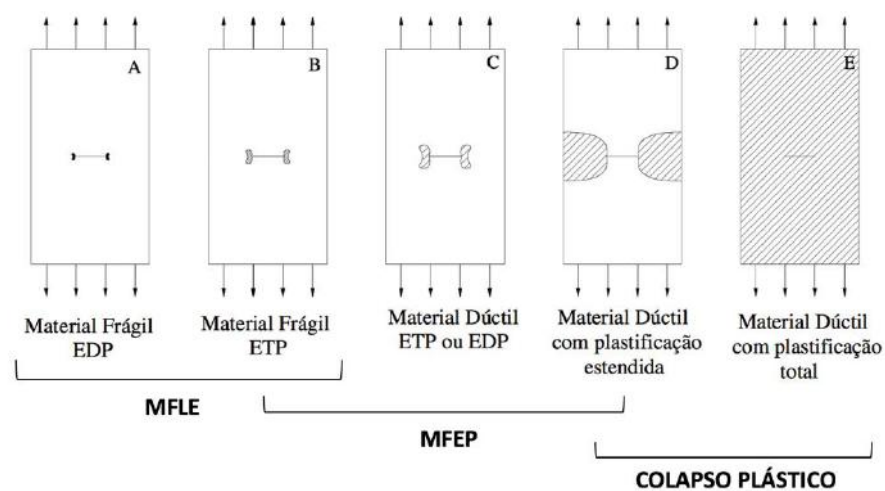


Figura 11 – Esquema de aplicação da Mecânica da fratura [19].

A maioria dos materiais usados na fabricação de conexões flangeadas para aplicação *offshore* são materiais dúcteis e caracterizados por uma significativa região submetida à deformação plástica na ponta da trinca. Essa característica faz com que a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP) seja mais indicada para a avaliação da tenacidade à fratura das conexões flangeadas, conforme Figura 11. No entanto, é necessário introduzir alguns conceitos que foram desenvolvidos na MFLE de forma a apresentar a MFEP, pois esta foi criada a partir da primeira.

As bases da mecânica da fratura foram introduzidas por *Griffith* [17] em 1920, a partir do estudo da propagação de trincas no vidro (material frágil). Mais tarde, durante a segunda guerra mundial, o conceito de *Griffith* foi aplicado no estudo de falhas por fratura de estruturas metálicas (navios) [18]. A teoria de *Griffith* é formulada a partir de um balanço energético, da seguinte forma: uma trinca propagará de forma espontânea em uma estrutura somente se a energia total do sistema diminui. Assim sendo, é possível determinar a estabilidade de uma trinca a partir do balanço entre a energia potencial elástica do sistema e as energias associadas com o aumento no comprimento da trinca. *Griffith* postulou, de acordo com a expressão (1), que a trinca cresce quando a energia potencial decresce [18].

$$\frac{d}{d(2a)}(U_a + U_\gamma) < 0 \Leftrightarrow \frac{d}{d(2a)}\left(-\frac{\pi\sigma^2 a^2}{E} + 4a\gamma_e\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{\pi\sigma^2 a}{E'} > 2\gamma_e \quad (1)$$

Na expressão (1), U_a é a variação da energia elástica de deformação de uma chapa carregada com uma tensão remota σ pela introdução de uma trinca de comprimento $2a$. U_γ é a variação da energia de superfície γ_e pela introdução de uma trinca de comprimento $2a$ e E' é o módulo de Young, sendo E para estado plano de tensão e $E/(1 - \nu^2)$ para estado plano de deformação.

Irwin definiu o termo à esquerda da equação (2) como a força motriz para a crescimento da trinca ou taxa de liberação de energia G , e o termo à direita como a resistência ao crescimento da trinca $G_c = R$, que é uma propriedade do material [18].

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} > 2\gamma_e = G_c = R \quad (2)$$

Outra grande contribuição de *Irwin* à MFLE foi mostrar que a teoria de energia de *Griffith* é equivalente a uma abordagem baseada no comportamento mecânico na vizinhança da ponta de uma trinca.

Devido às dificuldades práticas da abordagem energética, um grande avanço foi feito por *Irwin* na década de 1950, quando desenvolveu uma abordagem baseada na intensidade das tensões [18]. A partir da teoria linear elástica, *Irwin* mostrou que as tensões na região vizinha à ponta de uma trinca (Figura 12) são dadas pela equação (3), onde r e θ são as coordenadas polares a partir da ponta da trinca, σ_{ij} são as componentes do tensor das tensões, f_{ij} é uma função adimensional que depende de θ , e K é um fator que depende da tensão aplicada na estrutura na região do defeito e do comprimento da trinca. Como pode ser visto a partir da equação (3), a magnitude das tensões do campo elástico é diretamente proporcional ao valor de K , que é conhecido como o fator de intensidade de tensões.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (3)$$

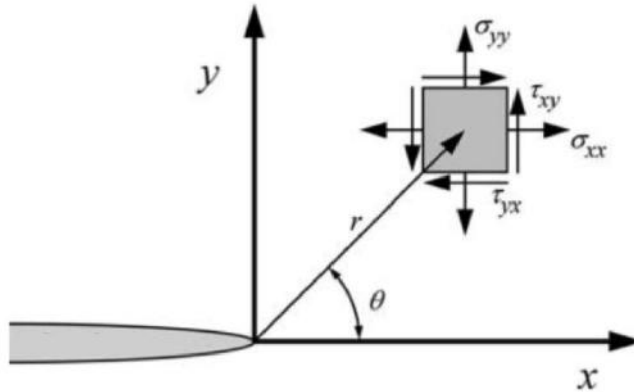


Figura 12 – Definição do eixo de coordenadas na ponta de uma trinca [25].

A tensão na vizinhança da ponta de uma trinca varia na forma $1/\sqrt{r}$, representando a equação (3) uma singularidade de tensão quando $r = 0$. É possível mostrar também que o deslocamento na vizinhança da ponta trinca varia na forma \sqrt{r} [25].

Três modos básicos de fratura podem ocorrer em um corpo pré-trincado sob tensão, conforme apresentado na Figura 13.

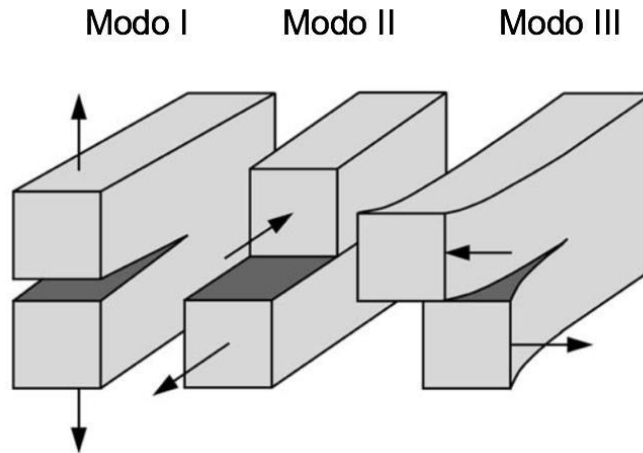


Figura 13 – Representação dos modos de carregamentos aplicados a uma trinca [25].

Cada modo de carregamento produz a singularidade $1/\sqrt{r}$ na ponta da trinca, no entanto, K e f_{ij} variam de acordo com o modo. Considerando o campo singular do Modo I no plano da trinca ($\theta = 0$), verifica-se que a tensão cisalhante τ_{xy} é nula, o que significa que para o Modo I de carregamento puro, o plano principal é o plano da trinca. As tensões nas direções xx e yy são iguais e dadas pela equação [4]. A equação é válida só na vizinhança da ponta de uma trinca onde a singularidade $1/\sqrt{r}$ domina o campo de tensões. As tensões longe da ponta da trinca são governadas pelas condições de fronteira remotas, por exemplo, se um corpo for sujeito a uma tensão de tração uniforme, σ_{yy} é aproximado a um valor constante σ^∞ [25].

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (4)$$

A Figura 14 representa uma evolução esquemática da tensão normal no plano da trinca (σ_{yy}) com a distância r . A região dominada pela singularidade é a região onde a equação (3) descreve os campos de tensões na ponta da trinca.

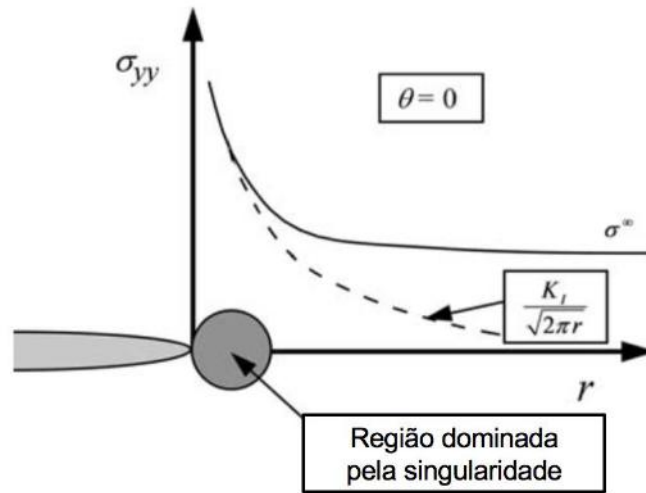


Figura 14 – Tensão normal ao plano da trinca em Modo I [25].

O fator de intensidade de tensões define a amplitude da singularidade na ponta de trinca, ou seja, as tensões na ponta da trinca são proporcionais a K . Uma vez conhecido o fator de intensidade de tensões, é possível obter todas as componentes de tensão, deformação e deslocamento na região vizinha à ponta da trinca. Do ponto de vista prático, a fratura no material (ou o crescimento de trinca) ocorre quando o fator de intensidade de tensões K atinge um certo valor crítico.

Combinando a abordagem energética (2) com a abordagem do fator intensidade de tensões (3) é possível estabelecer a equação (5), que de acordo com *Irwin*, mostrou-se ser válida para qualquer geometria, e também capaz de relacionar G e K [18].

$$G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (5)$$

A descrição das condições na ponta de uma trinca através de um único parâmetro, faz do fator de intensidade de tensões K um dos conceitos mais importantes da mecânica da fratura [25].

3.1 – MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA

Muitos dos problemas reais que envolvem a mecânica da fratura não podem ser avaliados considerando a MFLE, devido ao comportamento elastoplástico dos materiais usados. Como já foi dito no início deste capítulo, a MFLE apresenta resultados satisfatórios quando a deformação plástica na ponta da trinca é muito limitada, ou seja, quando o comportamento não linear do material no momento da fratura é restrito a uma pequena região. Este comportamento é típico de materiais que apresentam elevada resistência mecânica, no entanto, baixa tenacidade à fratura. Quando a região plástica na ponta da trinca no momento da fratura é relativamente grande se comparada com as dimensões do componente (espessura, ligamento remanescente, comprimento da trinca, etc.) a MFLE perde validade e sua aplicação a problemas de fratura não fornece resultados adequados. Atualmente a maioria dos casos de fratura de componentes estruturais ocorre nessas condições [20]. Para uma correta avaliação da fratura nessas condições foram desenvolvidas metodologias que levam em consideração o comportamento não linear do material, dando origem à Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP). Entre as metodologias elastoplásticas mais difundidas estão o CTOD (*Crack Tip Opening Displacement*) e o Integral J .

3.1.1 – O método do CTOD (*Crack Tip Open Displacement*)

O método do CTOD foi introduzido por Wells [22], e parte do princípio que a tenacidade à fratura do material está relacionada com a capacidade de deformação da ponta da trinca, caracterizada pela abertura entre as faces na ponta da trinca, isto é, um certo deslocamento. Esse deslocamento é designado de CTOD ou δ .

O método do CTOD considera que a fratura ocorre quando o deslocamento entre as faces da trinca no ponto originalmente correspondente à ponta da trinca atinge um valor crítico, o CTOD crítico ou δ_{crit} [18]. Desta forma, o δ seria a força motriz para o crescimento da trinca e δ_{crit} representa a resistência do material à propagação de trinca. Durante a fratura de um componente no regime elastoplástico a ponta da trinca, inicialmente aguda, embota (do inglês, *blunt*) devido à deformação plástica resultando em um deslocamento finito na ponta original, conforme ilustrado na Figura 15.

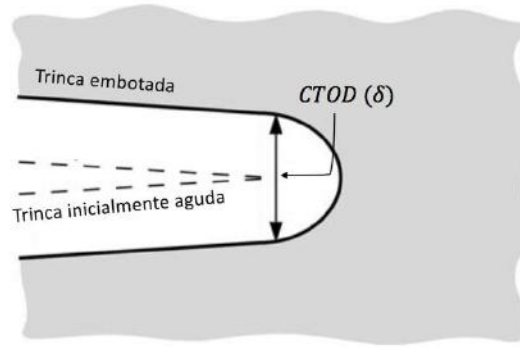


Figura 15 – Representação esquemática do CTOD (δ) [16].

Os valores de δ_{crit} , isto é, a tenacidade à fratura do material, são avaliados experimentalmente em testes de laboratório. A norma BS 5762/79 [21] foi responsável pela primeira padronização do teste para a determinação do CTOD [20]. Mais tarde, a ASTM publicou uma norma para o mesmo propósito, a norma ASTM E1820 [23].

Durante os cálculos, o CTOD é calculado a partir do somatório da sua componente elástica δ_{el} e sua componente plástica δ_{pl} . A componente elástica pode ser obtida a partir do modelo de *Dugdale* para plasticidade na ponta da trinca. *Goodier* e *Field* [24] demonstraram que o valor do CTOD para uma chapa infinita com trinca vazante centralizada pode ser representado pela equação (6).

$$\delta = \frac{8\sigma_{YS}a}{\pi E} \ln \left(\sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}} \right) \quad (6)$$

Quando a tensão aplicada na chapa $\sigma \ll \sigma_{YS}$ (sendo σ_{YS} o limite de escoamento do material) a estrutura está eminentemente no regime elástico e, levando em consideração as demonstrações de *Dugdale* no seu modelo de plasticidade na ponta da trinca, é possível obter a equação (7) a partir da equação (6).

$$\delta = \frac{K_I^2}{E'\sigma_{YS}} = \frac{G}{\sigma_{YS}} \quad (7)$$

Um aspecto importante de (7) é o fato do G poder ser calculado só para a condição elástico (MFLE), enquanto que o CTOD pode ser usado para o cálculo de condições de

elasticidade e plasticidade, devido à origem do seu conceito e por fazer a ponte entre condições de fratura elástica e plástica [16].

Quando as condições que governam a ponta da trinca são condições de estado plano de deformação, a equação (7) deve ser ajustada levando em conta a triaxialidade de tensões na ponta da trinca e, conseqüentemente, o tamanho da zona plástica na mesma. Com esta consideração, a componente elástica do CTOD é tradicionalmente definida de acordo com a equação (8), levando em conta o estado de tensões. Quando o estado plano de tensão prevalece, $m = 1$. E m aumenta com o aumento do estado plano de deformação.

$$\delta_{elást.} = \frac{G}{m\sigma_{YS}} = \frac{K_I^2}{m E' \sigma_{YS}} \quad , \quad 1 \leq m \leq 1.5 - 2 \quad (8)$$

A componente plástica do CTOD pode ser obtida experimentalmente através do modelo da rótula plástica, usando corpos de prova em flexão em três pontos de acordo com a Figura 16. A abertura da boca da trinca (do inglês, *Crack Mouth Open Displacement – CMOD*), representado por V na Figura 16, é instrumentada com um *clip gauge*. À medida que o carregamento P é aplicado, as duas partes do corpo de prova tendem a rotacionar em torno do centro de rotação aparente. Utilizando uma regra de semelhança de triângulos é possível relacionar o CMOD com o CTOD e calcular a componente plástica do último, $\delta_{plást.}$ [25].

Uma vez que o método da rótula plástica é pouco preciso quando o deslocamento ainda está no regime elástico, as normas internacionais adotam o modelo da rótula plástica modificado, que separa as componentes elásticas das plásticas. Através da curva P-CMOD, (ver Figura 17), é possível calcular a componente plástica da abertura da boca da trinca, V_p . Desta forma, a semelhança de triângulos resulta na equação (9), sendo r_p uma constante adimensional entre 0 e 1, e designada de fator de rotação.

$$\delta_{plást.} = \frac{r_p(W - a)V_p}{r_p(W - a) + a} \quad (9)$$

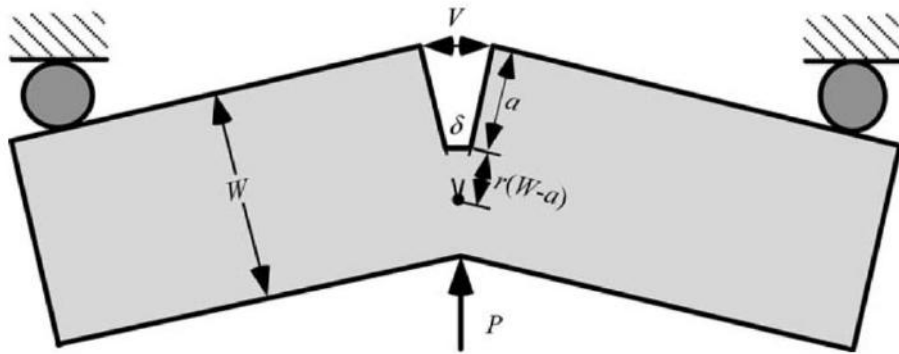


Figura 16 – Esquema do modelo da rótula plástica [25].

Por fim é possível estimar o CTOD do corpo de prova através da equação (10).

$$\delta = \delta_{elást.} + \delta_{plást.} = \frac{K_I^2}{m E' \sigma_{ys}} + \frac{r_p(W-a)V_p}{r_p(W-a) + a} \quad (10)$$

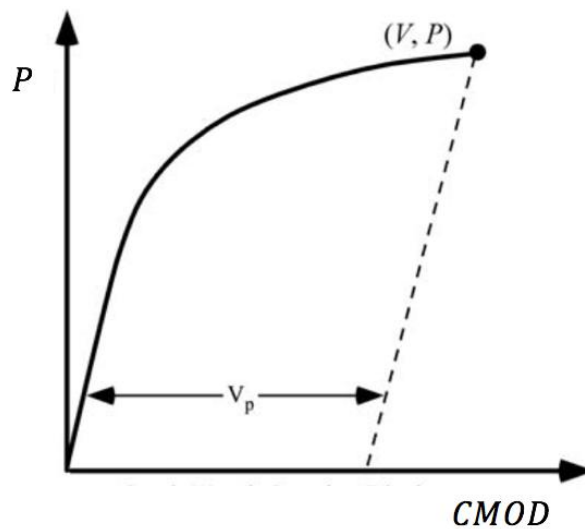


Figura 17 – Determinação da componente plástica da abertura da boca da trinca, V_p [25].

3.1.2 – O método da Integral J

O conceito da integral J , introduzido inicialmente por *Rice* [26], foi formulado numa abordagem energética para materiais elásticos não-lineares, no entanto, pode ser aplicado a materiais elastoplásticos com carregamento monotônico crescente. A integral J é independente do caminho de integração e é igual ao decréscimo da energia potencial por incremento do tamanho da trinca. Relacionando o contorno de integração com a energia na vizinhança da trinca, *Rice* [26] conseguiu resolver problemas bidimensionais com presença de deformação plástica na ponta da trinca.

A integral J é definida pela equação (11), sendo Γ o caminho de integração de um lado ao outro da ponta da trinca percorrido no sentido anti-horário conforme Figura 18, W é a densidade de energia de deformação calculada de acordo com a equação (12), T é o vetor tração dado pela relação da equação (13), u o vetor deslocamento na direção x , e por fim, ds um elemento infinitesimal do arco ao longo de Γ .

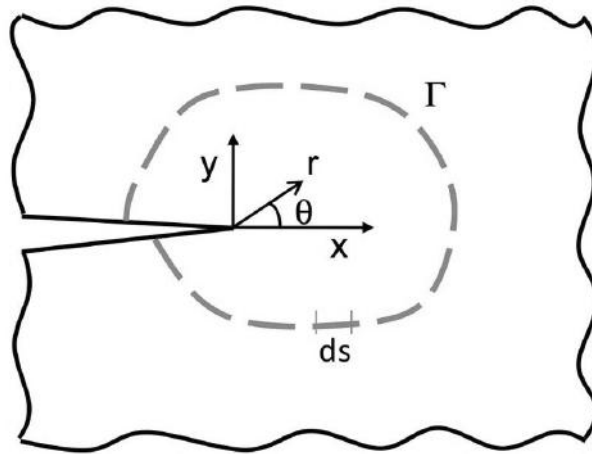


Figura 18 – Esquematização de um contorno arbitrário junto da ponta da trinca, [27].

$$J = \int_{\Gamma} W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \quad (11)$$

$$W_{(x,y)} = \int_0^\varepsilon \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (12)$$

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (13)$$

A integral J pode ser vista como um parâmetro de energia comparável a G , ou como um parâmetro de intensidade de tensão comparável a K .

Em materiais elásticos lineares, a energia potencial disponível por unidade de um novo comprimento de trinca foi definida anteriormente como a taxa de liberação de energia G . De forma equivalente, mas agora para materiais elásticos não lineares, a integral J é definida de acordo com a equação (14), sendo U_p a energia potencial. Desta maneira, para um comportamento linear elástico do material, J é igual G por definição.

$$J = -\frac{dU_p}{da} \quad (14)$$

Do ponto de vista da intensidade das tensões na ponta da trinca, *Hutchinson* [28] mostrou que o campo de tensões e deformações na ponta da trinca pode ser representado através da integral J de acordo com o campo HRR (em homenagem a *Hutchinson*, *Rice* e *Rosengren*), conforme equações (15) e (16), [18]. As constantes adimensionais $\overline{\sigma}_{ij}(\theta, n)$ e $\overline{\varepsilon}_{ij}(\theta, n)$ dependem de n e θ e do estado de tensão, I_n é uma constante adimensional que depende do encruamento do material n e θ e r são as coordenadas polares na ponta da trinca.

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{E}{\alpha \sigma_0^2 I_n} \frac{J}{r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \overline{\sigma}_{ij}(\theta, n) \quad (15)$$

$$\varepsilon_{ij} = \alpha \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{E}{\alpha \sigma_0^2 I_n} \frac{J}{r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \overline{\varepsilon}_{ij}(\theta, n) \quad (16)$$

Os campos de tensão e deformação são derivados a partir da lei de potencial de encruamento de *Ramberg-Osgood* conforme a equação (17), onde os parâmetros α e n são obtidos a partir do ajuste dos resultados experimentais. Os valores de referência ε_0 e σ_0 estão associados geralmente ao limite de escoamento do material, e ε e σ são

respectivamente as deformações e tensões verdadeiras. A Figura 19 ilustra comportamento do material modelado mediante a equação de *Ramberg-Osgood*.

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (17)$$

Considerando o material com comportamento linear elástico ($n = 1$), a equação (15) apresenta uma singularidade em $1/\sqrt{r}$ o que corrobora com a MFLE. Por outro lado, considerando o material com comportamento elástico perfeitamente plástico ($n = \infty$), obtém-se uma solução designada de *Prandtl slip-line field* [18].

As equações (15) e (16) indicam que para trincas carregadas de forma monotônica, com uma pequena zona plástica (quando comparada com ao tamanho da trinca e ao ligamento remanescente) e com o material representado pela lei de potencial de encruamento de *Ramberg-Osgood*, a integral J é uma medida do campo assintótico singular na ponta da trinca na MFEP, da mesma maneira que a relação entre o fator de intensidade de tensões K na MFLE [29].

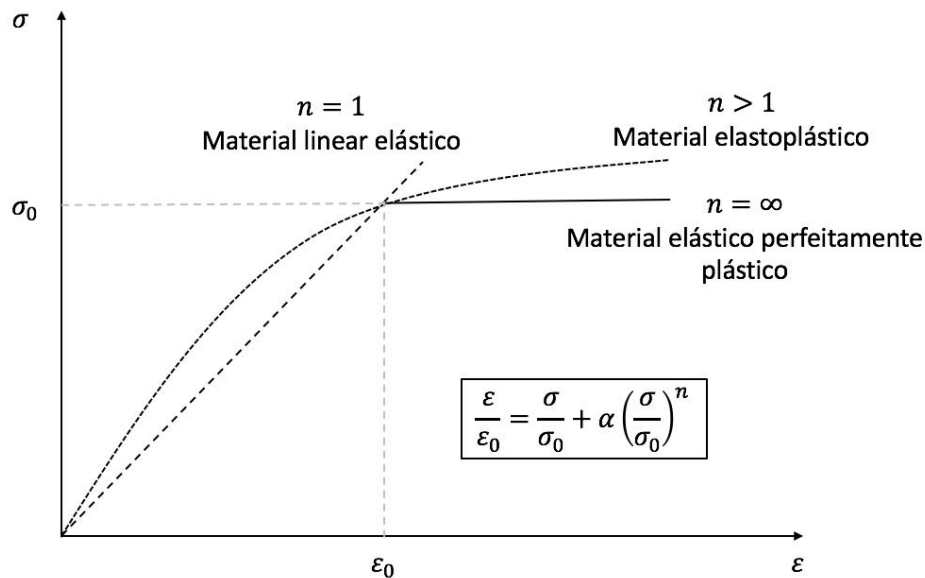


Figura 19 – Comportamento de material modelado mediante a equação de *Ramberg-Osgood* (modelo elástico não linear).

Da mesma forma que se define um valor de carregamento máximo para o qual a abertura da trinca atinge um valor crítico, o CTOD crítico, é possível definir um critério de fratura baseado em J . As características inerentes à definição do integral J fazem dele um parâmetro adequado para definir a tenacidade à fratura de um material com comportamento elastoplástico.

Utilizando J como um parâmetro de fratura, haverá um crescimento de trinca quando a equação (18) se verificar, ou seja, quando o valor de J aplicado no componente designado de $J_{Apli.}$, atinga um valor de J crítico designado de J_{IC} . Isto é, a fratura ocorre quando:

$$J_{Apli.} \geq J_{IC} \quad (18)$$

Os primeiros trabalhos propostos para a determinação J_{IC} foram baseados numa metodologia experimental proposta por Begley *et al.*[30]. Foi definido pelos autores que a relação entre $J_{Apli.}$ e o crescimento estável de trinca Δa é dada pela forma da Figura 20.

Um componente trincado, quando sujeito inicialmente a um carregamento, é caracterizado por uma relação linear entre J e Δa . Dentro do regime linear, o crescimento de Δa é na verdade um crescimento aparente devido ao embotamento da ponta da trinca. Aumentando o carregamento aplicado, ocorre um aumento do embotamento até se iniciar o crescimento estável de trinca, conforme é ilustrado na Figura 21. A partir desse momento, ocorre um descarregamento à medida que a trinca avança, o que vai contra a definição da integral J . Begley *et. al.* [30] propuseram, então, utilizar a integral J como critério de fratura e designar J_{IC} como o início do crescimento estável de trinca. No entanto, identificar o início do crescimento é uma tarefa difícil, o que tornava esta abordagem difícil de utilizar.

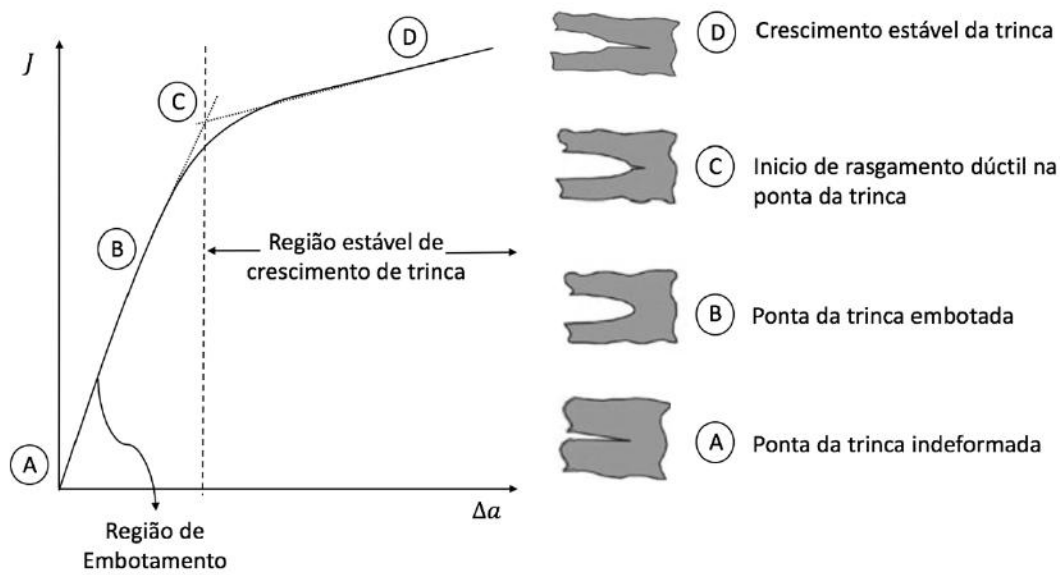


Figura 20 – Relação J vs Δa (crescimento estável).

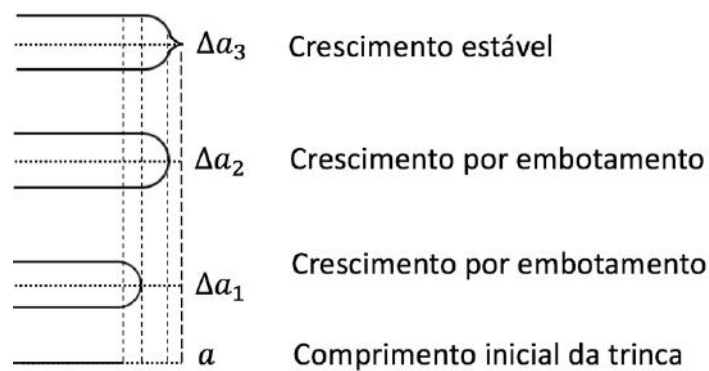


Figura 21 – Crescimento por embotamento e crescimento estável de trinca.

A metodologia descrita anteriormente requer vários corpos de prova com a mesma geometria e com comprimentos de trinca diferentes. Partindo da definição da integral J , foi desenvolvido por Rice *et al.* [31] um método alternativo àquele proposto por Begley, que relaciona J com o trabalho por unidade de área da trinca durante o carregamento. O método consiste em desenvolver expressões para a integral J para vários tipos de corpos de prova. Para uma barra trincada, é razoável assumir que toda a plasticidade é restrita ao ligamento,

e assim, as duas metades da barra permanecem retas, [18] Desta forma é possível escrever a equação (19), sendo P o carregamento aplicado, V o deslocamento na linha de carregamento, b o ligamento remanescente e B a espessura do corpo de prova.

$$J = \frac{2}{bB} \int_0^V P dV \quad (19)$$

Considerando a área sob a curva carga-deslocamento da Figura 22, é possível definir a equação (20).

$$J = \frac{2A}{bB} \quad (20)$$

Utilizando esta abordagem seria possível calcular J_{IC} só com um corpo de prova, no entanto, de acordo com a literatura [18], devido à dificuldade de detectar o início do crescimento estável da trinca, esse procedimento é pouco adotado.

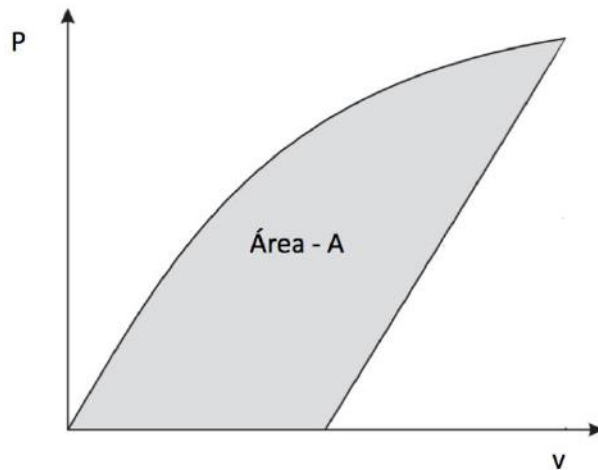


Figura 22 – Representação da área A sob a curva $P - V$.

A componente elástica de J é representada pela taxa de liberação de energia e, desta forma, é igual por definição a G , conforme a equação (5). A componente plástica de J é descrita pela equação (21) baseada no modelo de Rice *et al.* [31]. Onde η é um parâmetro adimensional (designado por fator de trabalho plástico, [18]), A_{pl} é a área plástica

sob a curva da Figura 22, b_0 é o ligamento remanescente $W - a$, conforme Figura 16, e B_N é a espessura global do corpo de prova ($B_N = B$, se não houver entalhes laterais).

$$J = J_{elást.} + J_{plást.} = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{\eta A_{pl}}{B_N b_0} \quad (21)$$

Para corpos de prova compactos C(T) por exemplo, a equação (22) é usada para calcular o parâmetro η [25].

$$\eta = 2 + 0.522 b_0 / W \quad (22)$$

Desta forma, é possível determinar experimentalmente o valor da integral J a partir do registo experimental P-V.

A tenacidade à fratura do material, J_{IC} ou $\delta_{crit.}$, é convencionalmente definido como o valor de força motriz que deve ser aplicado na estrutura para se obter 0,2 mm de crescimento estável de trinca.

3.1.3 – Determinação do comprimento da trinca durante testes de fratura

3.1.3.1 – Método das descargas parciais

O método das descargas parciais é uma técnica para estimar o comprimento da trinca através da variação da flexibilidade elástica (*compliance*). A *compliance* da estrutura (ou do corpo de prova) é função do comprimento da trinca. O método permite que o comprimento da trinca seja monitorado e calculado, pois à medida que a trinca cresce, o corpo de prova vai ficando mais flexível em consequência da diminuição do ligamento remanescente. A flexibilidade do corpo de prova ao longo do teste é medida por meio de sucessivos carregamentos e descarregamentos parciais. O declive de cada descarga parcial permite obter uma boa estimativa do comprimento da trinca nesse ponto. A Figura 23 ilustra o registo típico P-CMOD ou P-LLD em um teste de descargas parciais.

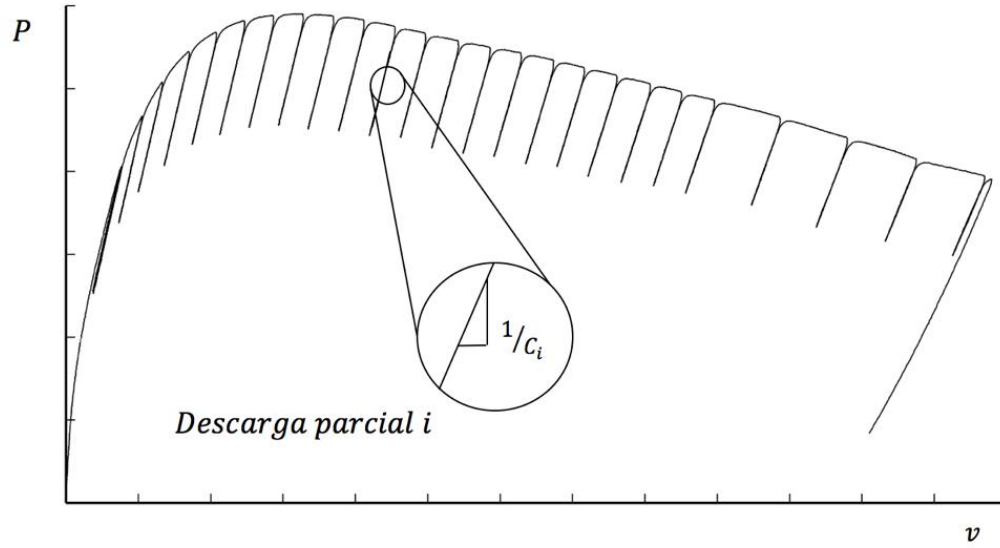


Figura 23 – Registo típico P-CMOD ou P-LLD em um teste de descargas parciais.
Adaptado de [18].

De acordo com a norma ASTM E1820 [23], para corpos de prova do tipo compacto C(T), a flexibilidade elástica de um material pode ser relacionada com o tamanho da trinca pelas equações (23) e (24), onde C_i é a *compliance* elástica na linha de carregamento da abertura da trinca em cada ciclo de descarga. A máxima variação recomendada para cada descarga não pode exceder o mínimo de duas cargas: 50% da carga de pré-trincamento (P_f) ou 50% da carga utilizada.

$$\frac{a_{(i)}}{W} = (1.000196 - 4.06319u + 11.242u^2 - 106.043u^3 + 464.335u^4 - 650.677u^5) \quad (23)$$

$$u = \frac{1}{(BEC_i)^{1/2} + 1} \quad (24)$$

A *compliance* elástica $C_{(i)}$ é dada pelo declive de cada descarga e é determinada pela razão $C_{(i)} = \frac{\Delta v}{\Delta P}$. Estabelecido o comprimento $a_{(i)}$ da trinca para cada descarga, deve-se determinar a área plástica associada, para posteriormente se calcular o valor da Integral J associada a essa descarga. B é a largura do corpo de prova e E o módulo de elasticidade.

3.1.3.2 – Outros métodos de obtenção das curvas de resistência

O método de normalização permite construir curvas de resistência sem a necessidade de instrumentar o comprimento da trinca, tornando-a, por exemplo, bastante prática em testes com meio agressivo. Baseado no princípio de normalização das propriedades de deformação do material através de uma função de calibração específica, é possível relacionar a carga, o deslocamento da linha de aplicação da carga e o comprimento de trinca [33]. A Figura 24 apresenta resultados bastante similares para uma curva de resistência de um aço 10CrMo9-10, obtida através da técnica de normalização e da técnica das descargas parciais [32].

O método da queda de potencial elétrico permite construir curvas de resistência a partir de um único corpo de prova, assim como as técnicas apresentadas anteriormente. Através da medição da mudança de resistência eléctrica do corpo de prova, o método permite estimar o crescimento da trinca ao longo do teste. A Figura 25 apresenta a comparação de diferentes métodos para a obtenção de curvas de resistência. Notar que a metodologia proposta por Begley *et al.* [30], apresentada na seção 3.1.2, requer vários corpos de prova enquanto que os outros métodos apresentados nesta seção requerem unicamente um corpo de prova.

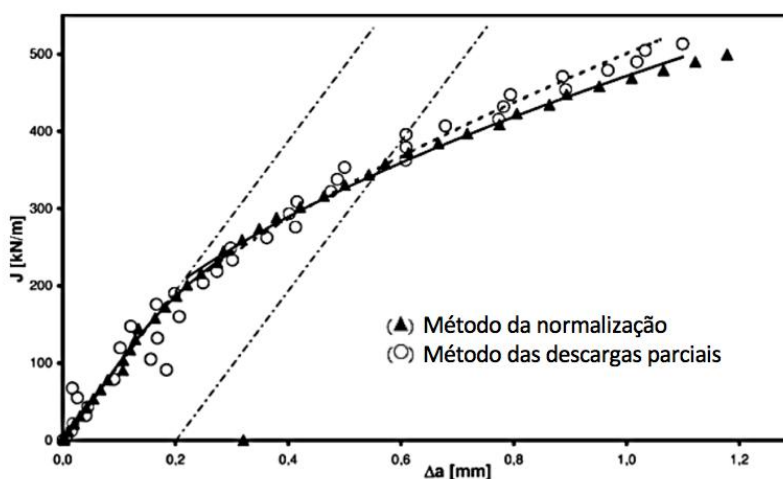


Figura 24 – Comparação entre o método de normalização e da flexibilidade, [32].

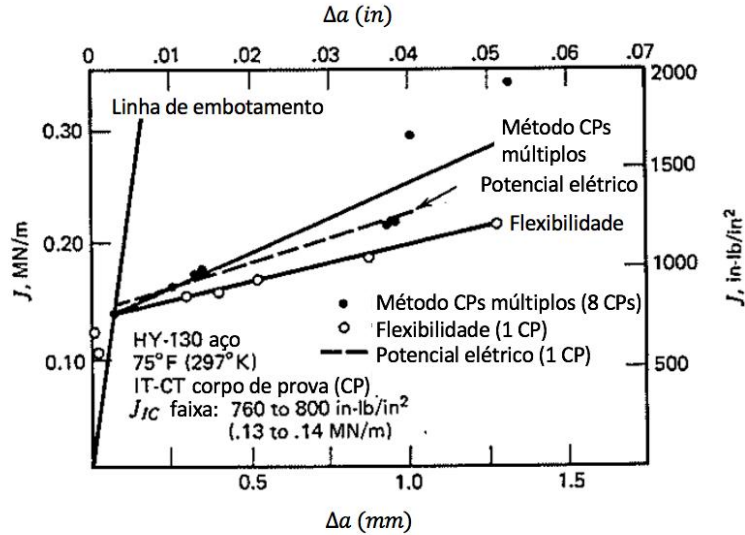


Figura 25 – Curvas de resistência utilizando diferentes técnicas, [16].

3.1.4 Curvas de resistência J_R e crescimento estável de trinca

Durante o processo de fratura, dependendo do tamanho da componente, do estado de tensões e/ou do material pode existir um crescimento estável de trinca, antes que ocorra a fratura [16]. No caso de materiais que fraturam no regime elasto-plástico, é comum avaliar em laboratório a curva de resistência ao crescimento de trincas (curva R), que é representada no plano força motriz para o crescimento da trinca versus comprimento da trinca. Essas curvas, conhecidas também como curvas J_R ou δ_R (dependendo da metodologia utilizada), permitem a definição da tenacidade à fratura do material, J_{IC} ou δ_{crit} . De acordo com a literatura [18], o uso de J_{IC} como um parâmetro de resistência do material à propagação de trinca pode revelar-se bastante conservador. Para alguns materiais as curvas de resistência J_R apresentam um declive muito acentuado e poucos milímetros de propagação estável de trinca, podem resultar em valores de J duas a três vezes maiores que J_{IC} .

De forma a construir as curvas de resistência é necessário calcular os valores de J dependendo do tipo do corpo de prova usado no teste experimental. Na seção 3.1.2 são apresentadas as equações para o corpo de prova compacto C(T). É necessário também calcular a evolução do comprimento da trinca ao longo do teste conforme descrito na seção 3.1.3. Através dos diferentes comprimentos de trinca a_i , calcula-se o valor da integral J_i

correspondente. Com pares de pontos (J_i, a_i) , a curva de resistência R do material pode ser determinada.

Dependendo do comportamento do material, da geometria e das condições do carregamento a que um componente está sujeito, poderá ocorrer instabilidade dúctil na sequência de um crescimento de trinca. Sendo assim, é necessário prever o fenômeno de forma a evitá-lo.

Se um componente trincado está sujeito a um carregamento, diz-se que um certo valor de J está aplicado no componente, sendo designado $J_{Appl.}$, que pode ser entendido também como a força motriz para a propagação da trinca (do Inglês *crack driving force - CDF*). Os valores de $J_{Appl.}$ podem ser calculados analiticamente para um número limitado de geometrias ou podem ser calculados pelo método dos elementos finitos para geometria mais complexas. Por outro lado, as curvas J_R representam a resistência do material à propagação da trinca. A resistência à propagação de trinca em termos de J é denominada $J_{mat.}$ e assume-se que é independente do comprimento inicial da trinca a_0 .

Na Figura 26 é calculado o valor de $J_{Appl.}$ para quatro níveis de carregamento ($P_i, i = 1, 2, 3, 4,$) e para um comprimento de trinca inicial a_0 , lembrando que pelo fato de $J_{mat.}$ ser independente do comprimento inicial da trinca, a curva J_R pode ser deslocada no eixo a do comprimento de trinca de forma a representar qualquer outro comprimento inicial de trinca a_0 .

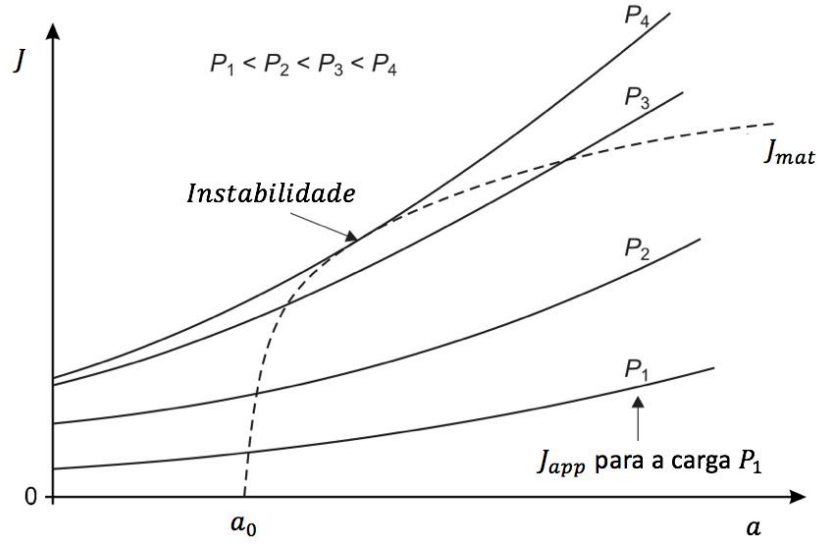


Figura 26 – Diagrama da força motriz para a propagação da trinca (CDFD). Adaptado de [18].

Assumindo que a iniciação de crescimento de trinca ($J \approx J_{IC}$) é gerada para a carga P_3 , qualquer aumento de carga provoca um crescimento estável de trinca (rasgamento estável) enquanto a relação da equação (25) for verdadeira. Analogamente ao que acontece para as curvas de resistência na MFLE, o rasgamento fica instável quando a equação (26) se verifica. Na Figura 26, o ponto de instabilidade ocorre quando a carga P_4 for aplicada no componente.

$$J_{apli.(P,a)} = J_{mat.(\Delta a)} \quad (25)$$

$$\frac{\partial J_{apli}}{\partial a} > \frac{\partial J_{mat}}{\partial a} \quad (26)$$

3.1.5 – Relação entre J e outros parâmetros de fratura

Nas seções anteriores foi possível verificar que vários parâmetros da mecânica da fratura se correlacionam entre si. As expressões (5), (14) e (21) permitem observar a relação existente entre os parâmetros J , K e G na MFLE. Considerando regime linear

elástico ($J = G$) e tendo em conta a equação (8), pode-se também descrever uma relação entre J e CTOD, desde que a deformação plástica seja de pequena escala.

Inicialmente quando os conceitos de J e o CTOD foram desenvolvidos, parecia não haver nenhuma relação direta entre eles. Posteriormente, foram publicados trabalhos que evidenciavam que de fato existe uma relação que é dada na sua forma geral pela equação (27), onde m varia entre 1.15 e 2.95 [18].

$$J = m\sigma_{YS}\delta \quad (27)$$

A equação (27) é similar à equação da linha de embotamento (apresentada na seção 5.2.3), onde se assume que o crescimento aparente da trinca Δa apresentado na Figura 21, será menor ou igual ao raio de embotamento na ponta da trinca, conforme ilustrado na Figura 27.

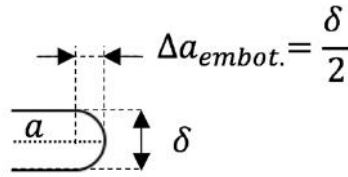


Figura 27 – Aproximação do crescimento da trinca através do CTOD. Adaptado de [16].

Hutchinson [34] mostrou que é possível derivar a equação (27) a partir do modelo de plasticidade de *Dugdale*, obtendo um valor de $m = 1$. De acordo com Tracey *et al.* [35], segundo análises numéricas usando elementos finitos, foi demonstrado que o fator m é função da relação σ_{YS}/E e do coeficiente de endurecimento n do material. Resultados experimentais mostraram que $m \approx 2$, ao contrário do modelo de *Dugdale*. Esta diferença pode ser explicada pelo fato do modelo de *Dugdale* não representar exatamente o real comportamento da zona plástica na ponta da trinca (19).

3.2 – METODOLOGIAS PARA AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE COMPONENTES

Existem várias formas de demonstrar a integridade de uma estrutura. Fazer testes à escala real, fazer testes numa escala reduzida, usar modelos computacionais (ex. Métodos dos Elementos Finitos) ou utilizar metodologias para avaliar a integridade dos componentes. A metodologia “*Fitness for service – FFS*”, consiste numa avaliação que pretende determinar se um componente está apto ou não para operar. Em casos em que, por exemplo, os componentes estruturais possuem defeitos ou trincas, danos por corrosão, ou as condições de operação são mais severas que aquelas que foram consideradas na fase de projeto, a metodologia FFS pode ser aplicada.

As metodologias podem ser classificadas em dois grupos: procedimentos simplificados e procedimentos detalhados, [19]. Entre os procedimentos simplificados, o diagrama $J - T$ é um método utilizado para avaliar a instabilidade de trincas em vasos de pressão onde a curva da integral J e do módulo de rasgamento T são utilizados para determinar a instabilidade do componente, [38]. O método de *Batelle* é também um procedimento simplificado utilizado em dutos com trincas superficiais e baseia-se num critério de plastificação da secção trincada [39]. Utilizado também em dutos, o método de KWU baseia-se nos ensaios de impacto Charpy para prever a falhas dos componentes, [40].

Os procedimentos detalhados são divididos em duas categorias: os diagramas de avaliação de falha (*Failure Assessment Diagram – FAD*) e os diagramas de força motriz para a propagação de trinca (*Crack Driving Force Diagram – CDFD*).

3.2.1 – Procedimentos baseados no FAD (*Failure Assessment Diagram*)

O procedimento R6 desenvolvido da década de 70, foi o primeiro a utilizar a metodologia FAD para avaliação da integridade de componentes estruturais [41]. A curva FAD inicialmente desenvolvida foi baseada em um fator de intensidade de tensão efetivo K_{eff} , proposto por Burdekin *et al.* [37], que é obtido a partir de uma versão modificada do modelo proposto por *Dugdale*. De forma a considerar o colapso plástico da estrutura, a curva FAD considera a tensão de colapso da estrutura σ_c em vez da tensão de escoamento. O fator de intensidade de tensão efetivo é normalizado pelo fator de intensidade de tensão

da equação (3) de forma a eliminar a dependência do tamanho da trinca da equação. Desta forma, obtêm-se as equações (28) e (29).

$$K_r = L_r \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \left(\sec \frac{\pi}{2} L_r \right) \right]^{-1/2} \quad (28)$$

$$K_I = \frac{K_I}{K_{eff}} \quad L_r = \frac{\sigma}{\sigma_c} \quad (29)$$

A Figura 28 apresenta um diagrama FAD típico de acordo com o procedimento R6, mostrando a área segura de trabalho que é representada pela área abaixo da curva. O eixo das abcissas representa a razão da tensão aplicada no componente e a tensão de colapso e o eixo das ordenadas representa a razão entre o fator de intensidade de tensões aplicado e a propriedade de tenacidade à fratura do material.

O procedimento R6 tem evoluído ao longo das suas revisões e na revisão mais atual, é dividido em três opções que dependem da complexidade da análise a ser realizada. Para realizar a análise utilizando a opção 3, por exemplo, é necessário calcular a integral J para a geometria do problema.

Vários outros procedimentos e normas utilizam a abordagem do FAD para a avaliação da integridade estrutural dos componentes, tais como a norma API 579 e a BS 7910.

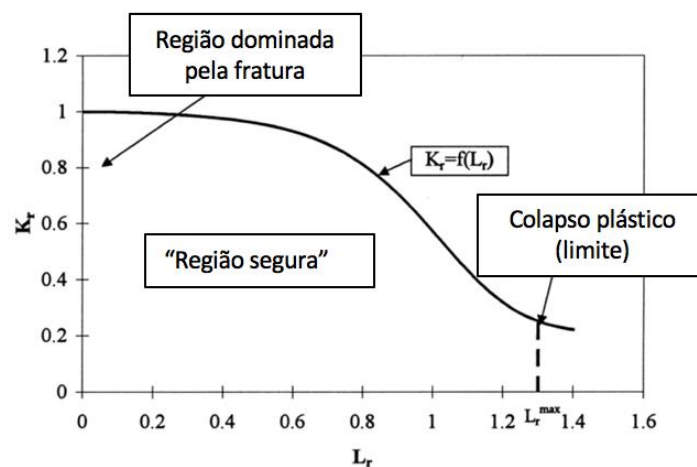


Figura 28 – FAD típico do procedimento R6 utilizando a opção 1 [42].

3.2.2 – Procedimentos baseados no CDFD (*Crack Driving Force Diagram*)

Como já foi apresentado na seção 3.1.4, a partir da representação gráfica da curva de resistência J_R do material e das curvas de $J_{Apli.}$ (força motriz na ponta da trinca), é possível prever o início do crescimento, o crescimento estável e o crescimento instável. A Figura 29 ilustra um problema em um cilindro pré-trincado sob pressão interna em que a instabilidade corre para uma pressão próxima de 5,5ksi.

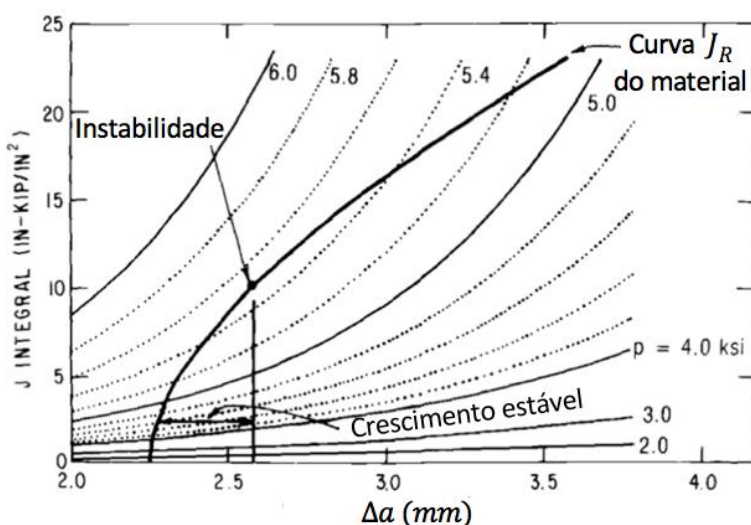


Figura 29 – CDFD trinca axial em cilindro de aço A533B sob pressão interna, [50].

3.2.2.1 – Procedimento EPRI (*Electric Power Research Institute*)

O procedimento proposto pelo EPRI-GE (*Electric Power Research Institute e General Electric*), nos anos 80 [43], é baseado no conceito de força motriz para a propagação da trinca controlada por J , ou seja curvas $J_{Apli.}$, combinado com a curva de resistência do material J_R . O método considera a integral J separada na componente elástica e na componente plástica, conforme equação (30). A componentes elástica é

baseada no tamanho de trinca efetivo da teoria de Irwin e a componente plástica na teoria da plasticidade da deformação. A equação (31) mostra a equação geral do procedimento.

$$J = J_{elástico}(a_{eff}, P) + J_{plástico}(a, P, n) \quad (30)$$

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \alpha \sigma_0 \varepsilon_0 b h_1 \left(\frac{a}{W}, n \right) \left(\frac{P}{P_0} \right)^{n+1} \quad (31)$$

A carga P é o carregamento aplicado na estrutura e P_0 é a carga limite. As funções de forma h_1 dependem da geometria do problema, tamanho de trinca e do expoente n da lei de potencial de encruamento de *Ramberg-Osgood*. Essas funções de forma podem ser encontradas nos catálogos EPRI [44]. As restantes grandezas da equação (31) são descritas nas seções 3.1.2.

O procedimento EPRI é baseado em análises de elementos finitos, no entanto, restritos a problemas de duas dimensões. As soluções propostas são limitadas a geometrias e materiais específicos (funções de forma h_1). Outro ponto critico neste método é o fato da lei *Ramberg-Osgood* muitas vezes não se ajustar de forma satisfatória à curva tensão deformação do material, principalmente na região da tensão de escoamento [45].

Diversos autores compararam as soluções do procedimento EPRI com soluções obtidas através de modelos numéricos e verificam as limitações do mesmo, conforme já foi descrito anteriormente. De acordo com a referência [46], para diversas geometrias de trinca e uma ampla variedade de propriedades de materiais, foi observado que o procedimento EPRI superestima a componente plástica da integral J e do COD. O autor propõe modificações no procedimento convencional EPRI de forma a aproximar as soluções com aquelas obtidas numericamente. A Figura 30 mostra a comparação de resultados de $J_{Appl.}$ aplicado em um tubo trincado sob momento fletor usando diferentes abordagens. São comparados os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos e três abordagens analíticas. A abordagem convencional do procedimento EPRI utiliza a equação (32) para este tipo de problema, a abordagem de Zahoor que usa as expressões do procedimento EPRI, no entanto, o termo α aparece substituído por $\alpha^{1/n+1}$, e a abordagem recomendada pelo autor que utiliza a abordagem EPRI e a de Zahoor dependendo da razão M/M_L . M_L representa o momento limite para a estrutura com trinca. Os resultados numéricos foram

validados experimentalmente, mostrando o modelo uma boa acurácia na predição dos resultados.

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \alpha \sigma_0 \varepsilon_0 \pi R \left(1 - \frac{\theta}{\pi}\right) h_1 \left(\frac{\theta}{\pi}, n, \frac{R}{t}\right) \left(\frac{M}{M_0}\right)^{n+1} \quad (32)$$

Fica evidente na Figura 30 que o procedimento EPRI superestima a componente plástica da integral J para o problema em questão. As soluções numéricas funcionaram neste caso como uma ferramenta robustas para otimização de soluções analíticas. A seção 4.3.3 aborda com mais detalhe as vantagens do uso de modelos numéricos para cálculo da integral J .

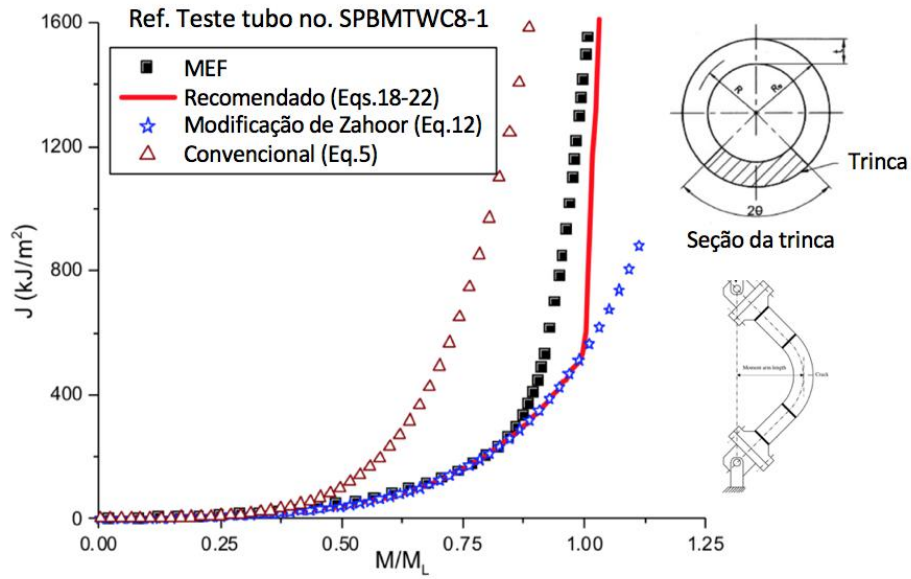


Figura 30 – Comparação da integral J para um tubo sob momento fletor com trinca circunferencial em toda a espessura, [46].

Kim et al [47] propuseram um ajuste mais robusto da lei *Ramberg-Osgood* baseado nas tensões de escoamento, tensão última, deformação ultima e módulo de Young, sem considerar toda a curva tensão deformação do material. As equações (33) e (34) apresentam os ajustes propostos pelos autores. Os autores compararam resultados obtidos

através de modelos numéricos com o procedimento EPRI e verificaram resultados bastantes razoáveis para casos em que α é próximo da unidade.

$$\alpha = \frac{0.002E}{\sigma_{0.2}} \quad (33)$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{(E\varepsilon_u - \sigma_u)}{0.002E}\right)}{\ln\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{0.2}}\right)} \quad (34)$$

3.2.2.2 – Procedimento RSM (*Reference Stress Method*)

O procedimento *Reference Stress Method* surgiu na Inglaterra também nos anos 80, de forma a resolver as restrições e limitações do procedimento EPRI, e pode ser interpretado como uma generalização deste [45]. Neste procedimento, o comportamento de deformação considera uma porção do início da curva verdadeira de tensão-deformação permitindo uma descrição exata do material. A dependência de n no parâmetro h_1 pode também ser minimizada redefinindo P_0 na equação (31). Desta forma, é possível definir h_1 para qualquer valor de n aproximadamente igual a 1, que corresponde a um comportamento linear elástico do material e, assim, é possível relacionar a dependência de $J_{Plástico}$ com os parâmetros da mecânica da fratura linear elástica [45]. A equação (35) representa a equação básica do procedimento *Reference Stress Method*.

$$J_{Plástico} = \frac{\mu K^2}{E} \left[\frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} - 1 \right] \quad (35)$$

A constante μ depende do estado de tensão, sendo 0.75 para estado plano de deformação e 1 para estado plano de tensão, σ_{ref} pode ser definido pela equação (36), desde que a carga limite P_0 redefinida seja próxima da carga de escoamento F_Y .

$$\sigma_{ref} = \frac{F}{F_Y} \sigma_Y \quad (36)$$

3.2.2.3 – Procedimento ETM (*Engineering Treatment Method*)

Ao mesmo tempo que era desenvolvido o procedimento EPRI nos USA e o RSM na Inglaterra, o procedimento independente ETM era desenvolvido na Alemanha. O procedimento assume que a deformação do ligamento à frente da trinca pode ser descrita por uma porção da lei de potência da equação (37), ajustada com os dados do ensaio de tração, [45].

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & \sigma < \sigma_Y \\ \sigma_Y \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} \right)^N & \sigma \geq \sigma_Y \end{cases} \quad (37)$$

Substituído σ por F , σ_Y por F_Y , ε por δ_5 e ε_Y por δ_{5Y} , resulta a equação (38). Para $F < F_Y$, o comportamento é descrito pela equação (39), onde β_1 e m são restrições e constantes que dependem do material e K_{eff} é o fator de intensidade de tensão efetivo.

$$\frac{\delta_5}{\delta_{5Y}} = \left(\frac{F}{F_Y} \right)^N \quad F \geq F_Y \quad (38)$$

$$\delta_5 = \frac{\beta_1}{E} K + \frac{K_{eff}^2}{mE} \sigma_Y \left(\frac{F}{F_Y} \right) \quad (39)$$

O procedimento ETM tem a particularidade de usar o parâmetro de fratura δ_5 , fazendo deste procedimento adequado para estruturas de parede fina.

A Figura 31 apresenta a comparação dos três procedimentos apresentados anteriormente, aplicados a um tubo trincado sujeito a esforços de flexão [48]. De uma forma geral, a parte inicial das curvas de $J_{Apli.}$, que corresponde à componente elástica, são similares para os diferentes procedimentos. Já a parte final da curva, que corresponde à componente plástica, em alguns casos difere significativamente entre os procedimentos.

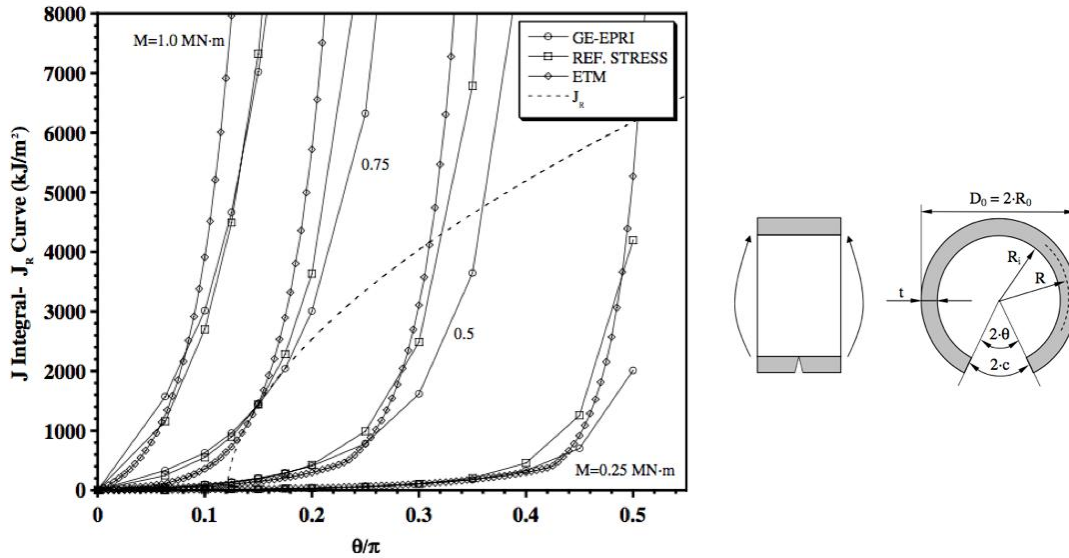


Figura 31 – Comparação de metodologias que se baseiam no CDFD, [48].

3.2.3 – Procedimentos baseados no FAD e no CDFD

Com o objetivo de criar procedimentos unificados para avaliação do comportamento à fratura de equipamentos estruturais, foram criados vários projetos. No fim da década de 90 na Europa, foi criado o SINTAP (*Structural Integrity Assessment Procedures of European Industry*) [49], que considera modos de falha por fratura frágil e colapso plástico. O projeto FITNET (*Fitness for Service Network*) foi outro projeto desenvolvido na Europa, e além de cobrir o modo de falha por fratura, cobre modo de falha por fadiga, fluência e corrosão [51]. O módulo de fratura do FITNET foi baseado no projeto SINTAP, assim como os procedimentos R6 e a norma britânica BS 7910, que é das normas mais utilizadas na atualidade, juntamente com a norma americana API 579.

Capítulo 4 – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Problemas de engenharia complexos, tipicamente, exigem testes experimentais para entender ou prever o comportamento dos fenômenos físicos associados a esses problemas. De forma a complementar os testes experimentais, a engenharia assistida por computador (do inglês, *Computed Aided Engineering – CAE*) surge como uma poderosa ferramenta que através de modelos numéricos, pode ser usado no auxílio da resolução de problemas de engenharia assim como na validação e otimização de produto.

Atualmente, existe uma variedade de métodos numéricos cada um com as suas características e aplicações para cada tipo de problema. De forma a modelar computacionalmente o fenômeno físico do problema, é necessário identificar os fatores que influenciam no mesmo e fazer a escolha adequada dos princípios físicos e variáveis que descrevem o problema, resultando em um modelo matemático constituído por um conjunto de equações diferenciais parciais [54].

A solução das equações diferenciais, são obtidas através do uso de métodos numéricos. Um dos métodos inicialmente desenvolvidos para a sua resolução, foi o Método das Diferenças Finitas. O MEF (Método dos Elementos Finitos) foi desenvolvido posteriormente tendo a sua origem na análise estrutural, [56].

O MEF é atualmente um dos métodos numéricos mais eficientes para a resolução das equações diferenciais parciais nas engenharias e nas áreas científicas. Os conceitos matemáticos básicos do MEF são baseados nos trabalhos de Ritz, Galerkin, Trefftz entre outros, desenvolvidos no início do século XX [56]. Com o avanço das ciências modernas da computação nos anos 60 do mesmo século, esses conceitos de solução numérica puderam ser implementados com sucesso no MEF em grande escala. Esse desenvolvimento foi motivado por uma grande demanda de análises estruturais nas áreas da aviação, construção e engenharia mecânica. Na década de 70, o MEF foi estendido a problemas de mecânica dos fluidos e desde então vem sendo consolidado de forma geral para a resolução de problemas que envolvem equações diferenciais parciais (transferência de calor, eletromagnetismo, etc.).

4.1 – INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Uma grande parte dos problemas de engenharia pode ser formulado através dos princípios gerais da mecânica do contínuo. Este ramo da mecânica trata a matéria como sendo um meio contínuo, sem vazios interiores, e sem considerar estrutura molecular. Este conceito permite a definição do ponto geométrico (de volume igual a zero), por um limite matemático tal como na definição de derivadas no cálculo infinitesimal. Assim, na mecânica do contínuo os princípios da física são escritos sob forma de equações diferenciais parciais, [54]. A descrição do problema através do sistema de equações diferenciais parciais, pode ser convertida, através do método dos resíduos ponderados (por exemplo pelo método de Galerkin [55]), na forma variacional equivalente envolvendo equações integrais. O MEF é um dos métodos que pode ser usado para resolver problemas na forma variacional, através da discretização do domínio do problema em subdomínios, representados por elementos finitos, Figura 32.

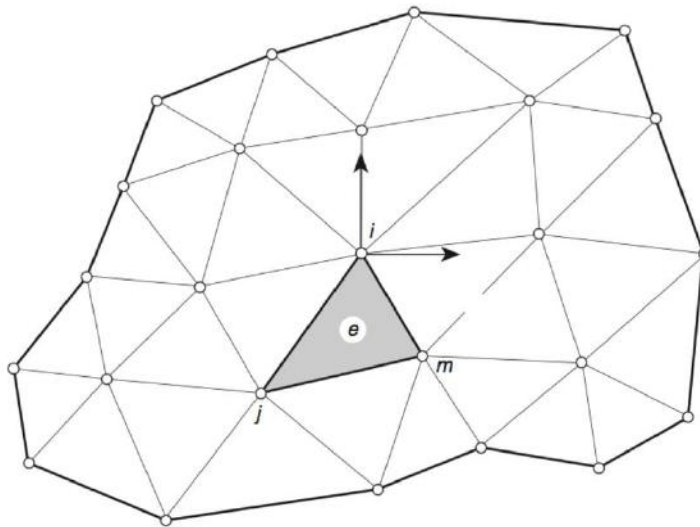


Figura 32 – Discretização do domínio de problema em elementos finitos. Elemento e constituído pelos nós i, j e m . [57].

A discretização do domínio em elementos, resulta em uma malha de nós. Torna-se necessário definir funções de interpolação (tipicamente polinomiais) de forma a representar a variação da variável de campo (por exemplo, o campo de deslocamento ou de temperatura), em cada nó de cada elemento. Os vários elementos que representam o domínio do problema, são conectados entre si e a variável de campo fica representada em todo o domínio do problema através das equações de interpolação.

Como já foi mencionado acima, o MEF resolve problemas na forma variacional, que são representados por equações integrais. Uma vez que o domínio é discretizado, as funções de interpolação são aproximações. A ideia central do MEF é ponderar o resíduo (método dos resíduos ponderados) resultante da utilização de funções de interpolação aproximadas para descrever a variável de campo. O resultado desta ponderação é um sistema de equações algébricas que podem ser escritas na forma da equação (40), sendo K uma matriz das constantes conhecidas (matriz de rigidez em problemas de elasticidade), U os valores da variável de campo (deslocamentos em problemas de elasticidade) e F os valores de carregamento (forças em problemas de elasticidade).

$$KU = F \quad (40)$$

De acordo com [58], o processo de uma análise de elementos finitos (do inglês, *Finite Element Analysis – FEA*) pode ser resumido conforme a Figura 33. Tipicamente o problema físico é composto por um componente estrutural submetido a um carregamento externo. Assumindo algumas premissas, o problema físico é descrito através de equações diferenciais formando assim o modelo matemático. As equações diferenciais são resolvidas através no MEF, sendo este um procedimento matemático é necessário verificar a acurácia da solução. A solução numérica deve ser repetida até o critério de acurácia ser atendido, para tal, os parâmetros do modelo devem ser refinados como por exemplo a discretização da malha de elementos finitos.

O MEF é utilizado como uma ferramenta para resolução de um problema matemático. A resposta obtida está diretamente relacionada às premissas usadas, desta forma, a escolha do modelo matemático apropriado é crucial para inferir sobre o problema físico que se pretende modelar. A interpretação dos resultados obtidos também é uma fase crucial no processo, pois define se o modelo atende os requisitos de projeto ou se existe necessidade de refino da análise, melhoria de projeto ou otimização da estrutura.

Na seguinte seção, será apresentada sucintamente a aplicação do MEF a problemas de elasticidade de forma a exemplificar a sua utilização em problemas estruturais.

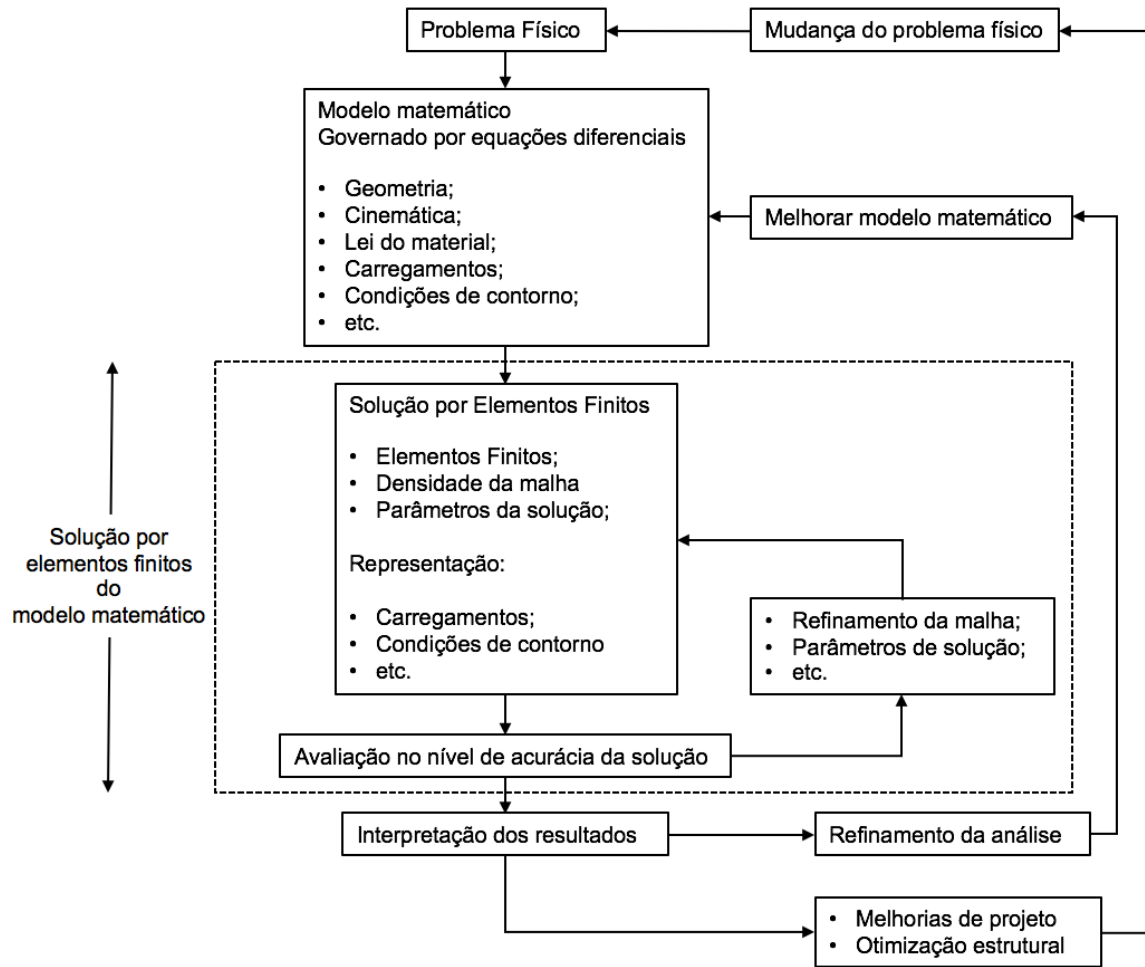


Figura 33 – Resumo do processo de solução usando o MEF, adaptado de [58].

4.2 – O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO A PROBLEMAS DE ELASTICIDADE

No problema de elasticidade plana, o componente pode estar sujeito a forças de volume \mathbf{b} , forças distribuídas $\bar{\mathbf{t}}$ no contorno Γ_q e deslocamentos prescritos $\bar{\mathbf{u}}$ no contorno Γ_u . Desta forma, as condições de contorno do problema podem ser expressas de acordo com

as equações (41) e (42), sendo \mathbf{T} o tensor das tensões, \mathbf{n} a normal externa ao contorno e \mathbf{u} o campo de deslocamentos.

$$\mathbf{T}\mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \quad (41)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad (42)$$

O problema de elasticidade geral é esquematizado na Figura 34, sendo Ω o domínio do problema.

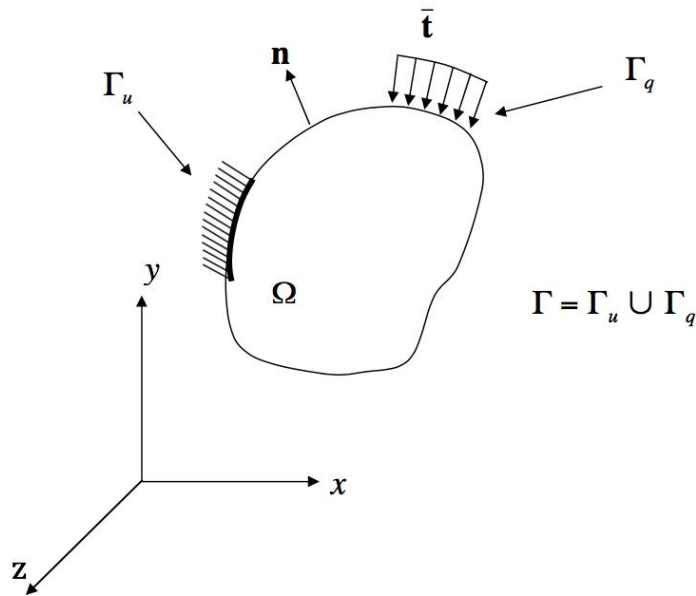


Figura 34 – Problema de elasticidade geral, adaptado de [54].

As equações de equilíbrio e as relações constitutivas do problema, são respectivamente dadas pelas equações (43) e (44) com \mathbf{D} sendo a matriz constitutiva do material (função do módulo de elasticidade E e coeficiente de Poisson ν), $\boldsymbol{\sigma}$ a representação em matriz coluna do tensor das tensões \mathbf{T} , $\boldsymbol{\varepsilon}$ as deformações e \mathcal{L} o operador diferencial.

$$\mathcal{L}'\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0 \quad (43)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (44)$$

Usando a formulação variacional e utilizando o método dos resíduos ponderados, o problema pode ser descrito de acordo com a equação (45), sendo \mathbf{w} as funções de ponderação.

$$\int_{\Omega} (\mathcal{L}^t \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b})^t \mathbf{w} d\Omega = 0 \quad (45)$$

Integrando por partes a equação (45), introduzindo as condições de contorno e substituindo as tensões pelas relações constitutivas, obtem-se a equação (46). Maiores detalhes acerca destas expressões podem ser encontrados na referência [54].

$$\int_{\Omega} (\mathcal{L}\mathbf{w})^t \mathbf{D}\mathcal{L}.\mathbf{u} d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{b}^t \mathbf{w} d\Omega + \int_{\Gamma_q} \bar{\mathbf{t}}^t \mathbf{w} d\Gamma \quad (46)$$

Fazendo uso do MEF é possível resolver o problema da equação (46) por aproximação. O domínio Ω é descrito em elementos finitos resultando em n pontos nodais, e para cada elemento são utilizadas aproximações de acordo com as equação (47) e (48).

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} N_j & 0 & 0 \\ 0 & N_j & 0 \\ 0 & 0 & N_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x^j \\ u_y^j \\ u_z^j \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{u}} = \sum_{j=1}^n N_j \mathbf{u}_j \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{w}_x \\ \hat{w}_y \\ \hat{w}_z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x^i \\ w_y^i \\ w_z^i \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{w}} = \sum_{i=1}^n N_i \mathbf{w}_i \quad (48)$$

N_j e N_i são funções de interpolação e \mathbf{u}_j e \mathbf{w}_i são coeficientes constantes. As funções de interpolação N_j (tipicamente funções polinomiais de primeira ou segunda ordem) são definidas para cada nó j de modo a que os coeficientes \mathbf{u}_j representem os valores nodais de $\hat{\mathbf{u}}$. No método de ponderação de Galerkin, as funções N_i são consideradas como sendo iguais a N_j , ou seja $N_j = N_i$.

Finalmente substituindo as equações (47) e (48) em (46) utilizando constantes apropriadas w_i , obtém-se um sistema de $3n$ equações e $3n$ incógnitas de acordo com as equações (50) ou (51) que na forma compacta pode ser escrita através da equação (52), [54]. O operador diferencial aplicado às funções de interpolação N_i é denotado de B_i conforme equação (49).

$$B_i = \mathcal{L}N_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\sum_{j=1}^n \int_{\Omega_e} (B_i)^t \mathbf{D} B_j d\Omega u_j = \int_{\Omega} N_i \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_q} N_i \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (i = 1, \dots, n) \quad (50)$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega} (B_i)^t \mathbf{D} B_j d\Omega \quad f_j = \int_{\Omega} N_i \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_q} N_i \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (51)$$

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} u_j = f_j \quad (52)$$

4.2.1 – Tipo de elemento e funções de interpolação

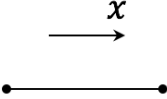
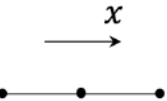
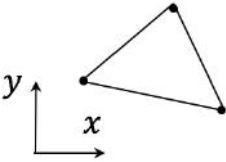
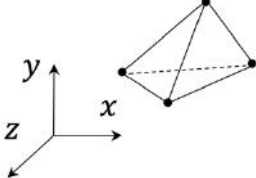
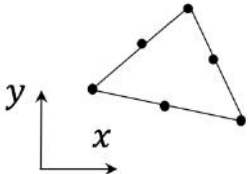
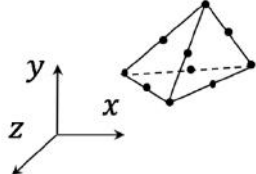
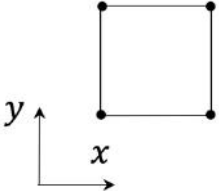
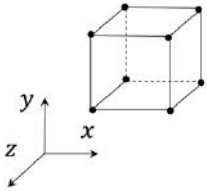
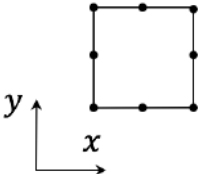
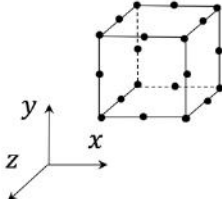
De acordo com os princípios da mecânica do contínuo, o domínio de uma forma arbitrária pode ser modelado com acurácia a partir de várias formas simples. Esta característica faz com que a maioria dos elementos finitos seja geometricamente simples, [59]. O número de nós atribuídos a cada tipo de elemento depende, dos graus de liberdade do elemento, do tipo de função de interpolação e do grau de continuidade requerido (associado à dimensão espacial do elemento).

Um aspeto importante no MEF é a conexão dos nós entre os elementos. No caso em que os nós são compartilhados entre dois ou mais elementos, o valor da variável de campo (deslocamentos no caso de problemas de elasticidade) é o mesmo em cada nó compartilhado, como por exemplo o nó i , j e m da Figura 32. A Tabela 1, mostra algumas das formas mais comuns de elementos utilizados em problemas de uma, duas e três dimensões. Elementos unidimensionais de linha (Tabela 1 – 1a e 1b) podem ser usados por exemplo em problemas de elasticidade em que se pretende modelar barras ou molas usadas como enrijecedores. O elemento bidimensional triangular de 3 nós (Tabela 1 – 2a), além de ser o elemento mais simples para duas dimensões, continua a ser dos mais utilizados nas análises básicas de elementos finitos. A razão para tal é a sua versatilidade geométrica de representar um domínio de qualquer forma, [59].

Elementos axisimétricos são descritos por uma ou duas variáveis independentes, mas na verdade são elementos tridimensionais. Esse tipo de elemento é útil em problemas que possuem simetria axial em coordenadas cilíndricas, conforme o exemplo da Figura 35. Vasos de pressão são um exemplo típico onde este tipo de elementos pode ser usado. Além da simetria geométrica, o carregamento também tem que ser simétrico para fazer uso deste tipo de elementos. Quando estas condições não se verificam, elementos tridimensionais são requeridos para a resolução de problemas a três dimensões. A Tabela 1 – 3 apresenta alguns dos elementos tridimensionais mais usuais.

Na teoria dos elementos finitos a função utilizada para representar o comportamento da variável de campo no interior do elemento é designada, função de interpolação. Tipicamente são utilizadas funções de interpolação polinomiais pela sua facilidade de integração e diferenciação. No entanto, outros tipos de funções podem ser utilizadas, como exemplo funções trigonométricas que também apresentam fácil manipulação matemática, [60].

Tabela 1 – Formas típicas de elementos finitos.

1 Dimensão	2 Dimensões	3 Dimensões
 <p>1a) Linha de 2 nós</p>  <p>1b) Linha de 3 nós</p>	 <p>2a) Triângulo de 3 nós</p>	 <p>3a) Tetraedro de 4 nós</p>
	 <p>2b) Triângulo de 6 nós</p>	 <p>3b) Tetraedro de 10 nós</p>
	 <p>2c) Quadrilátero de 4 nós</p>	 <p>2b) Hexaedro de 8 nós</p>
	 <p>2d) Quadrilátero de 8 nós</p>	 <p>3c) Hexaedro de 20 nós</p>

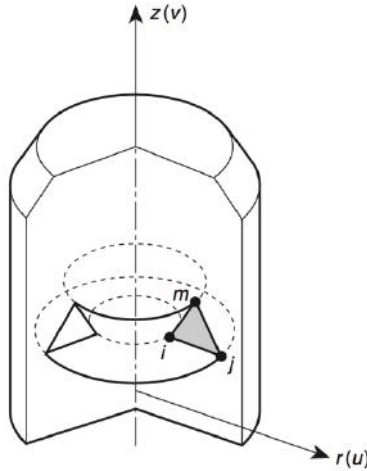


Figura 35 – Elemento triangular plano em um sólido axisimétrico [57].

Uma aproximação característica do MEF tem a forma da equação (53), sendo $N_j(x)$ uma função de interpolação global do nó j e u_j o valor nodal da aproximação. A Figura 53 apresenta funções de interpolação lineares para um caso unidimensional.

$$\hat{u}(x) = \sum_{j=1}^n N_j(x) u_j \quad (53)$$

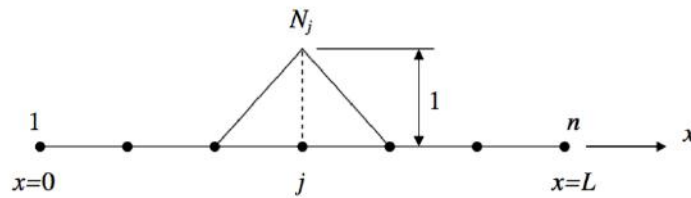


Figura 36 – Funções de interpolação lineares em uma dimensão [54].

De forma a calcular as integrais da equação (50), é necessário fazer integrações no interior e no contorno do domínio. Estas integrais resultam da discretização por elementos finitos e são calculadas ao nível do elemento. As integrais podem ser calculadas

diretamente no domínio real do problema, no entanto, na prática os elementos são distorcidos ou se encontram inclinados relativamente aos eixos coordenados, o que torna difícil sistematizar o cálculo das integrais. Para solucionar este problema, o uso de elementos isoparamétricos tornou-se padrão [54].

4.2.2 – Elementos isoparamétricos

Os elementos isoparamétricos são usados para mapear a geometria de um problema em um sistema de coordenadas natural, de forma a facilitar o cálculo das integrais. Para isso ser possível, a solução aproximada da variável de campo e as suas derivadas, devem ser escritas em função das coordenadas locais. O termo isoparamétrico vem do fato de que o mapeamento da geometria é realizado através do uso dos mesmos parâmetros utilizados na interpolação da solução aproximada, [54].

Considerando um elemento quadrilátero definido no plano $x - y$, conforme Figura 37, a aproximação da solução em termos de coordenadas naturais (ξ, η) é dada pela equação (54) e a geometria é descrita pelas equações (55) e (56), sendo $N_j(\xi, \eta)$ a função de interpolação local do elemento do nó j .

$$\hat{u}(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{n=4} N_j(\xi, \eta) u_j \quad (54)$$

$$x(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{n=4} N_j(\xi, \eta) x_j \quad (55)$$

$$y(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{n=4} N_j(\xi, \eta) y_j \quad (56)$$

Considerando as aproximações e parametrizações acima, é possível rescrever a equação (50) na forma da equação (57). Finalmente, para calcular as novas integrais no domínio das coordenadas naturais é necessário alterar o domínio e os limites de integração, resultando nas equações (58) e (59). Esta alteração é feita a partir da matriz Jacobiana J de transformação de coordenadas, que relaciona um elemento infinitesimal no domínio real e um elemento infinitesimal no domínio de coordenadas naturais (60), [54].

$$\sum_{j=1}^n \int_{\Omega} (\mathbf{B}_i(\xi, \eta))^t \mathbf{D} \mathbf{B}_j(\xi, \eta) d\Omega \mathbf{u}_j = \int_{\Omega} N_i(\xi, \eta) \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_q} N_i(\xi, \eta) \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (57)$$

$$\mathbf{K}_{ij} = \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} (\mathbf{B}_i(\xi, \eta))^t \mathbf{D} \mathbf{B}_j(\xi, \eta) \det \mathbf{J} d\xi d\eta \quad (58)$$

$$\mathbf{f}_j = \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} N_i \mathbf{b} \det \mathbf{J} d\xi d\eta + \int_{\Gamma_q} N_i \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (59)$$

$$d\Omega = \det \mathbf{J} d\xi d\eta \quad (60)$$

A matriz Jacobiana \mathbf{J} é uma matriz que contém derivadas parciais e no exemplo da Figura 37 é dada pela forma da equação (61).

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (61)$$

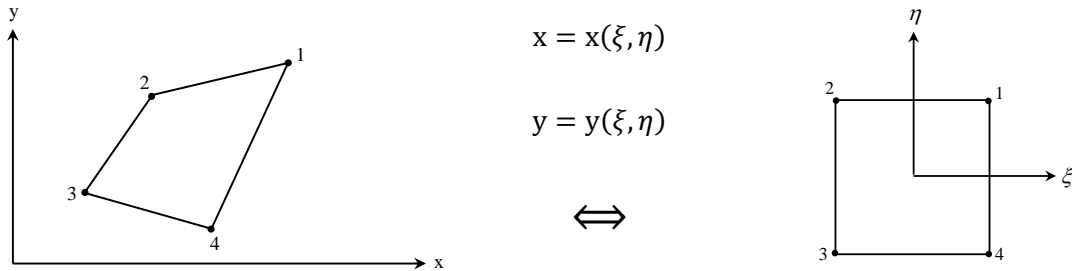


Figura 37 – Parametrização de um elemento quadrilátero [54].

As funções de interpolação para cada tipo e ordem de elemento encontram-se catalogadas na literatura, e podem ser encontradas por exemplo em [54], [56] e [57].

4.2.3 – Integração numérica e resolução do sistema global de equações

Fazendo uso da integração numérica é possível resolver a integral da equação (58). A *Quadratura de Gauss* é a regra de integração mais utilizada no MEF, devido à sua precisão e eficiência computacional, [54].

Aplicando a *Quadratura de Gauss* a um problema de duas dimensões, o domínio das coordenadas naturais (ξ, η) é alterado para o domínio dos pontos de *Gauss* (ξ_i, η_i) , de acordo com as equações (62) e (63).

$$k_{ij} = \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} g(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{\eta_\xi} \sum_{j=1}^{\eta_\eta} g(\xi_i, \eta_j) \alpha_i \alpha_j \quad (62)$$

$$g(\xi_i, \eta_j) = (\mathbf{B}_i)^t \mathbf{D} \mathbf{B}_j \det \mathbf{J} \quad (63)$$

Os pontos de integração (ξ_i, η_j) e os respectivos pesos desses pontos de integração α_i e α_j , são definidos de acordo com a quantidade de pontos de integração definidos para o cálculo e encontram-se tabelados na literatura para cada tipo de elemento [54].

Conhecida a matriz de rigidez k_{ij} e as forças nodais \mathbf{f}_j , é possível montar o sistema de equações $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}$. A solução do sistema é feita apenas para os graus de liberdade não restringidos dos nós da malha, e o vetor de forças nodais deve ser então corrigido com o valor das forças internas decorrentes dos graus de liberdade restringidos.

Uma vez definido o problema de elementos finitos a resolver, computada a matriz de cada elemento, estabelecida a conectividade dos elementos e impostas as condições de contorno, o passo seguinte é a resolução do sistema global de equações.

Os métodos de resolução de sistemas de equações algébricas lineares são classificados em: métodos diretos e métodos iterativos.

Um dos métodos diretos mais utilizados é o Método de Eliminação de Gauss, que consiste em transformar o sistema linear original em um sistema triangular, através de operações elementares utilizando a técnica de escalonamento e retro substituição [58], [61].

Um método iterativo amplamente aceite para a resolução de sistemas de equações, é o Método dos Gradiente Conjugado. Este método é mais vantajoso que os métodos diretos, quando o sistema tem um elevado número de equações. O método consiste basicamente em um procedimento de geração de aproximações da solução através de iterações de forma a minimizar o resíduo obtido na iteração anterior até atingir um critério de parada que indica a convergência para a solução. O uso de matrizes pre-condicionadoras adequadas permite uma rápida convergência para a solução [59], [63].

O Método de Newton Rhapson é outro método iterativo bastante utilizado em programas comerciais, como é no caso do ANSYS®. Tal como o Método dos Gradiente Conjugado, o Método de Newton Rhapson é um processo iterativo de resolução de sistemas de equações não lineares e pode ser escrito de acordo com as equações (64) e (65), considerando a equação geral (19) do MEF [58]. O vetor das forças internas $\{F_i^{int}\}$ é calculado a partir das tensões do elemento, e o índice i representa o número da iteração.

$$[K_i]\{\Delta u_i\} = \{F\} - \{F_i^{int}\} \quad (64)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (65)$$

O algoritmo geral do método pode ser descrito da seguinte forma, [62]:

1. Definir $\{u_0\}$. $\{u_0\}$ é geralmente a solução encontrada na iteração anterior e é definido como 0 na primeira iteração;
2. Computar $[K_i]$ e $\{F_i^{int}\}$ a partir de $\{u_i\}$;
3. Calcular $\{\Delta u_i\}$ a partir da equação (64);
4. Calcular $\{u_{i+1}\}$ a partir da equação (65);
5. Repetir os passos 2 até 4 até a convergência ser obtida.

A Figura 38 pretende ilustrar graficamente o *Método de Newton Rhapson*. A solução final de cada iteração é encontrada quando o resíduo $\{R\} = \{F\} - \{F_i^{int}\}$, for menor que o

critério definido, ou seja, quando a força interna $\{F_i^{int}\}$, computada a partir do estado de tensão atual, seja igual (ou próxima) à força externa aplicada $\{F\}$.

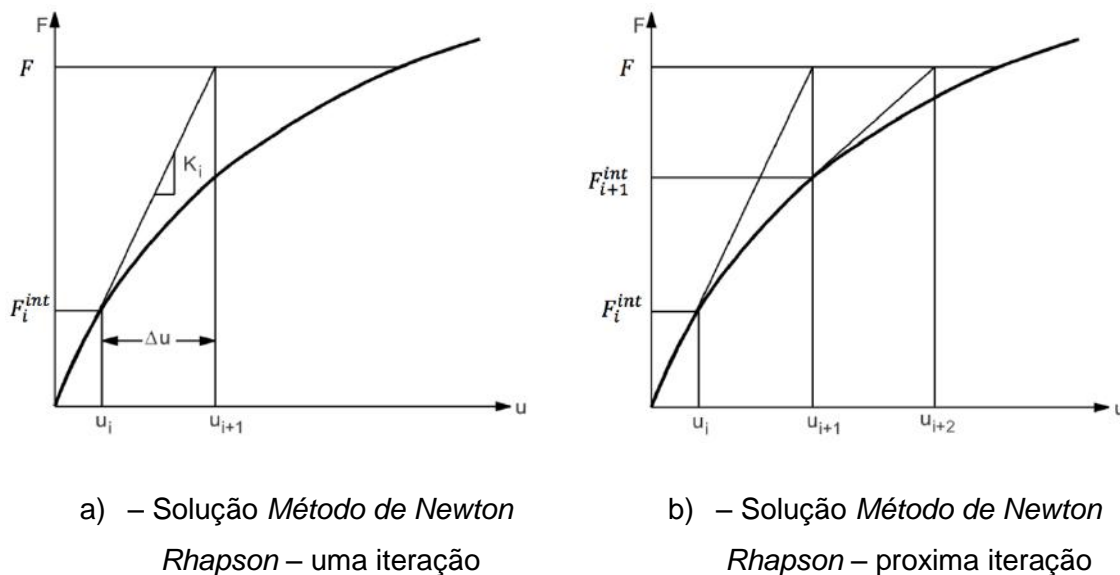


Figura 38 – Esquematização gráfica do Método de Newton Rhapson [62].

4.3 – MECÂNICA DA FRATURA NO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O MEF é uma ferramenta indispensável e fundamental para entender e analisar o comportamento de estruturas trincadas. Conhecer o campo de tensões para posteriormente calcular os parâmetros da mecânica da fratura, fazem do MEF uma ferramenta poderosa. A maior dificuldade no método encontra-se na exata determinação da singularidade na ponta da trinca. Os elementos convencionais usados nas análises de elementos finitos, utilizam funções polinomiais para descrever os deslocamentos, deformações e tensões, o que faz com que a singularidade seja representada de forma incorreta. O desenvolvimento de elementos especiais, algoritmos numéricos e técnicas de avaliação são necessários para a obter os parâmetros da mecânica da fratura com exatidão.

A partir das equações (15) e (16) que definem o campos de tensões na ponta da trinca (campo HRR), é possível definir uma correlação entre as tensões e deformações e a

distância r até à ponta da trinca, tanto para a MFLE como para a MFEP, conforme as seguintes equações:

$$(MFLE \rightarrow n = 1) \quad \varepsilon_{ij} \sim 1/\sqrt{r}, \quad \sigma_{ij} \sim 1/\sqrt{r} \quad (66)$$

$$(MFEP \rightarrow n = \infty) \quad \varepsilon_{ij} \sim 1/r, \quad \sigma_{ij} \sim \text{constante} \quad (67)$$

$$(MFEP \rightarrow n > 1) \quad \varepsilon_{ij} \sim r^{-\frac{n}{n+1}}, \quad \sigma_{ij} \sim r^{-\frac{1}{n+1}} \quad (68)$$

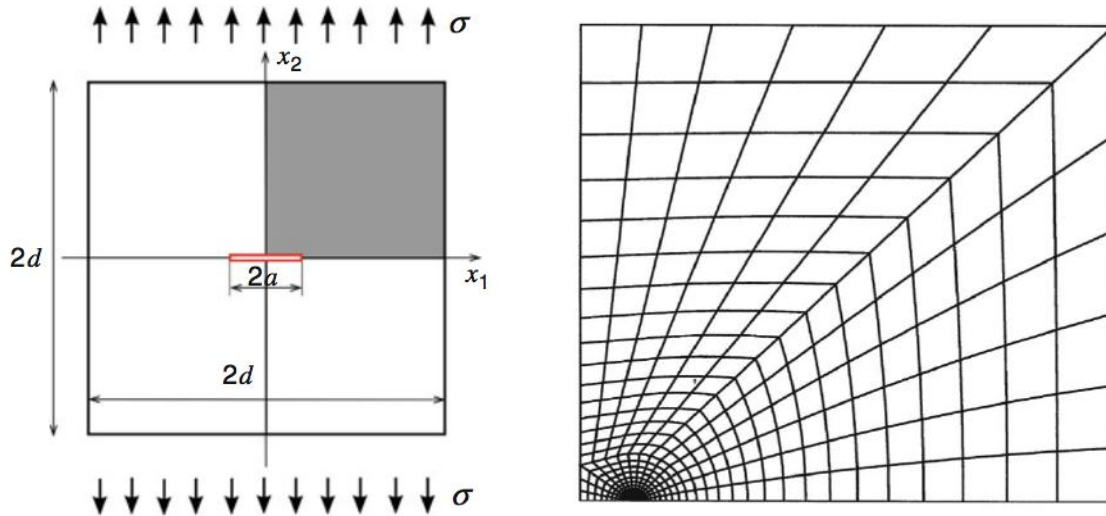
No caso da MFEP e considerando o material com comportamento elastoplástico, as correlações acima ficam também em função do parâmetro n do material, que é sempre maior que a unidade. As correlações indicam pontos singulares para a tensão e deformação quando $r \rightarrow 0$, evidenciando a importância da singularidade na mecânica da fratura.

De acordo com [56], o método mais simples para determinar o fator de intensidade de tensão K_I é comparar diretamente a solução do MEF com a solução do campo para o modo I. Por exemplo, para a solução de uma chapa finita contendo uma trinca no centro e sobre carregamento de tração, conforme Figura 39, é possível escrever a equação (3) da teoria de Griffith da seguinte maneira:

$$K_I^*(r^*, \theta^*) = \frac{\sqrt{2\pi r^*} \sigma_{ij}^{FEM}(r^*, \theta^*)}{f_{ij}^I(\theta^*)} \quad (69)$$

$$K_I^*(r^*, \theta^*) = 2\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r^*}} \frac{u_i^{FEM}(r^*, \theta^*)}{g_{ij}^I(\theta^*)} \quad (70)$$

A expressão (69) em função da tensão do MEF e a equação (70) dos deslocamentos. $f_{ij}^I(\theta^*)$ e $g_{ij}^I(\theta^*)$ são funções de forma e μ o módulo de elasticidade do material ao cisalhamento. De forma a ter uma maior acurácia nos resultados, a aquisição dos deslocamentos normalmente é feita nos valores nodais, enquanto que as tensões são geralmente calculadas nos pontos de integração [56].



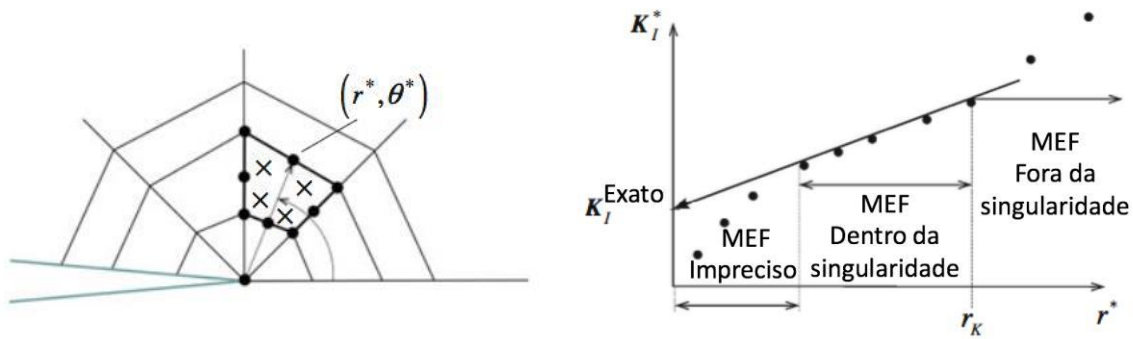
a) – Placa finita sobre tração com trinca centralizada.

b) – Malha de elementos finitos ($\frac{1}{4}$ da geometria).

Figura 39 – Aplicação do MEF a uma placa finita [56].

A Figura 40 mostra uma distribuição típica para $K_I^*(r^*, \theta^*)$ ao longo de uma linha radial com θ^* constante. Os elementos perto da singularidade não representam K_I de forma correta. Numa região intermédia, a qualidade da solução do MEF é suficiente e à medida que se afasta, $r^* > r_K$, outros termos da solução surgem além da singularidade.

Uma extrapolação linear da função $K_I^*(r^*, \theta^*)$ pode ser realizada a partir da região intermédia, de forma a encontrar o seu valor quando $r^* \rightarrow 0$. Esta técnica tem um baixo nível de acurácia devido à extrapolação relativamente arbitrária, no entanto, pode ser usada numa primeira abordagem utilizando os resultados do MEF e simples cálculos manuais, [56].



a) – Avaliação da solução do MEF no nó (r^*, θ^*) .

b) – Intervalo de validade da interpretação do MEF.

Figura 40 – Técnica simples para determinação de K utilizando o MEF [56].

4.3.1 – Elementos especiais na ponta da trinca

A limitação das soluções do ponto de vista da mecânica da fratura usando elementos finitos regulares, já era conhecida desde a década 70 do século XX [56]. Isso levou ao desenvolvimento de formulações de elementos especiais nas quais as funções de interpolação dos mesmos, contêm funções singulares específicas das trincas e cujos parâmetros estão relacionados com o fator de intensidade de tensão K .

O desenvolvimento do *Quarter Point Element* (QPE), atribuído a [64] e [65], foi um grande passo neste sentido. A ideia básica consiste em modificar elementos isoparamétricos com funções de interpolação quadrática, de modo que a posição dos nós do meio das arestas seja alterada. Neste caso, como o nome dos elementos sugere, deslocar os nós do meio para um quarto da posição na direção da trinca. Esta modificação afeta os campos de deslocamento, tensão e deformação no elemento de tal forma que corresponde exatamente à função radial do campo na ponta de trinca.

O surgimento de um comportamento singular $1/\sqrt{r}$ é causado pelo mapeamento não linear entre as coordenadas naturais (isoparamétricas) e locais (geométricas). A Figura 41 apresenta alguns QPE em duas e três dimensões.

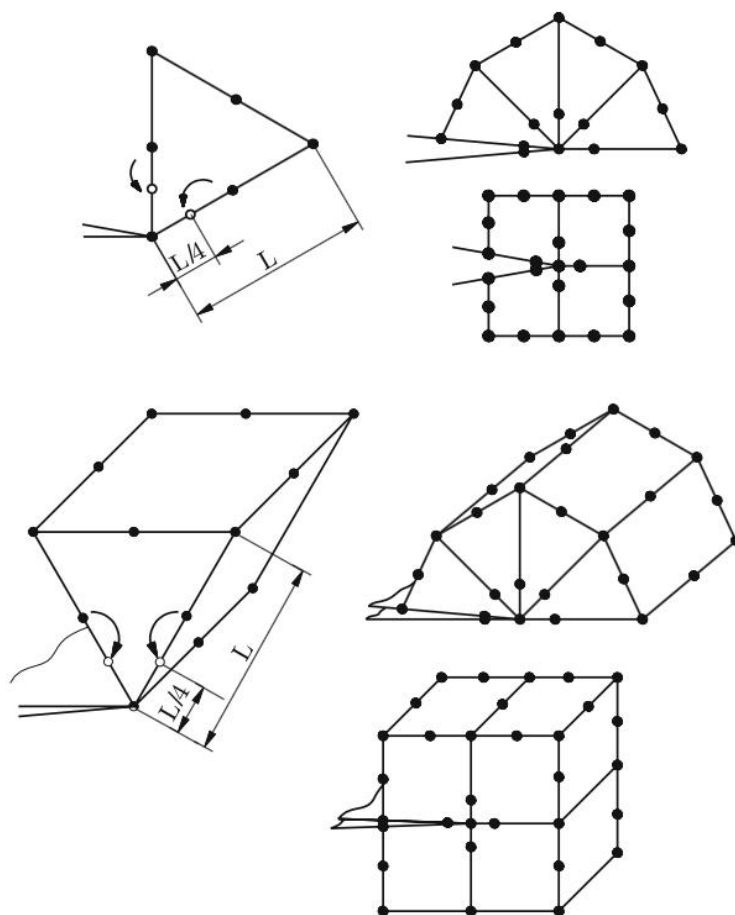


Figura 41 – Diferentes *Quarter Point Elements* para duas e três dimensões [56].

Os elementos quadriláteros colapsados (do inglês, *Collapsed Quadrilateral Elements*) são outro tipo de elementos especiais em que uma das arestas é colapsada em um só ponto fazendo com que os nós dessa aresta possuam a mesma posição, conforme apresentado na Figura 42. De acordo com Barsoum [66], este elemento quadrilateral degenerado em um triângulo possui várias propriedades especiais que podem ser utilizadas de forma vantajosa na MFLE e na MFEP.

Na MFEP é recomendável utilizar elementos colapsados com os nós no meio das arestas, $\chi L = 1/2$ de acordo com a Figura 42, e permitir que os nós colapsados tenham movimentação independente uns dos outros. Desta forma são obtidas singularidades do tipo $1/r$ no campo das deformações, representando o comportamento elástico perfeitamente plástico [56]. A Figura 43 ilustra este procedimento.

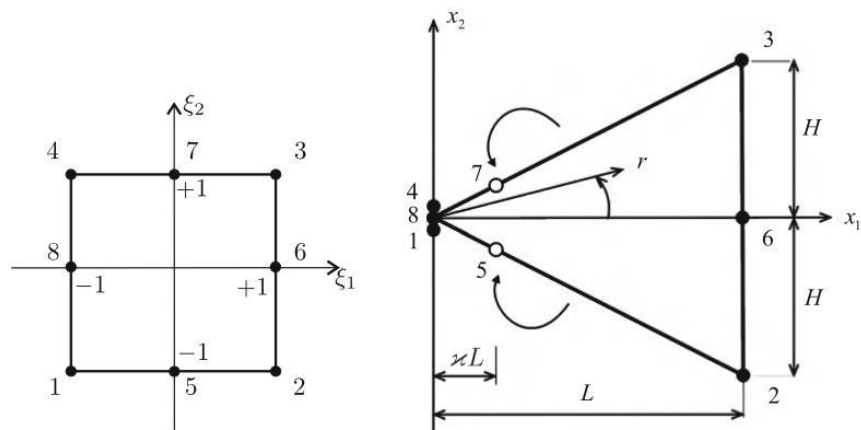


Figura 42 – Elemento quadrilátero isoparamétrico distorcido e colapsado, [56].

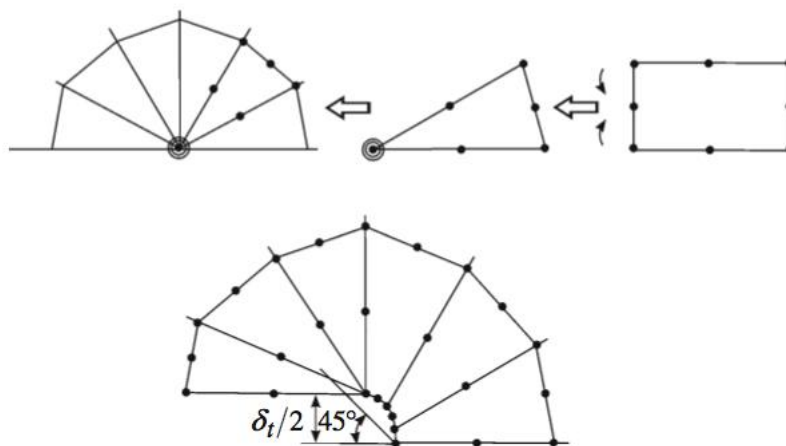


Figura 43 – Elemento quadrilátero isoparamétrico colapsado com comportamento elasto plástico [56].

A ideia dos elementos colapsados pode ser generalizada para elementos hexaédricos de 20 nós (Tabela 1 – 3c). De acordo com [56], ainda não foram estabelecidos elementos especiais para modelar singularidades HRR do tipo da equação (68), ou seja para a MFEP, no entanto, os elementos colapsados têm sido usados com sucesso em análises elasto-plásticas de componentes trincados [67], [68].

4.3.2 – Métodos para cálculo dos parâmetros de fratura através do MEF

Em problemas numéricos que lidam com estruturas trincadas, é mais difícil capturar as soluções dos campos de tensão e deformação próximos da trinca na MFEP do que na MFLE. No entanto, a correta modelagem dos campos assintóticos desempenha um papel menor para o comportamento global das estruturas trincadas na MFEP. Parâmetros de fratura como J , podem ser calculados com precisão mesmo em distâncias relativamente longe da ponta da trinca e utilizando elementos regulares, [56].

Através dos resultados obtidos através do MEF, existem vários métodos para calcular os principais parâmetros da mecânica de fratura. De acordo com [69], esses métodos podem ser divididos em dois grupos: métodos de substituição e métodos de energia.

Os métodos de substituição usam os resultados de descolamento ou tensão numa região relativamente próxima à ponta da trinca para posteriormente pós processar os parâmetros de fratura K e G . Este tipo de método já foi descrito no início da seção 4.3.

Os métodos de energia são baseados no cálculo da energia disponível para propagação da trinca. O método mais simples é chamado de diferença de energia e não requer nenhum software especial para ser aplicada, [69]. É uma abordagem relativamente simples que consiste em calcular dois modelos de elementos finitos. O primeiro com uma trinca a de forma a obter a energia potencial total P_1 , e o segundo modelo com um incremento de trinca controlado Δa , de forma a obter a segunda energia potencial total P_2 . Na posse das duas energias potenciais é possível calcular G a partir da equação (71)

$$G = - \frac{P_2 - P_1}{\Delta a} \quad (71)$$

O método da diferença de energias requer alguns cuidados no que diz respeito ao incremento de trinca Δa selecionado, assim como um certo esforço computacional devido aos múltiplos modelos. O método de extensão virtual da trinca (do inglês, *Virtual Crack Extension* - VCE), veio solucionar este problema. Este método é uma extensão do anterior, no entanto mais elegante pois o método incorpora a extensão virtual da trinca na sua

formulação algébrica e não requer, portanto, uma movimentação explícita nos nós na ponta da trinca no processo de elementos finitos [69]. A Figura 44 esquematiza o método VCE.

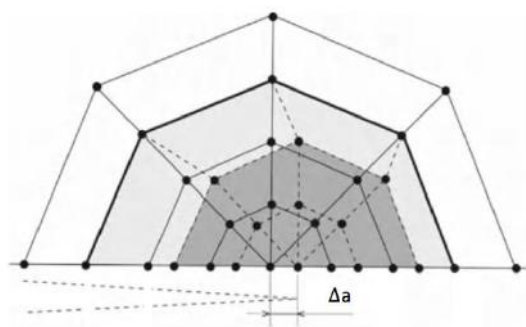


Figura 44 – Esquemática do método VCE em uma malha de elementos finitos, adaptado de [56].

O método da integral no domínio (do inglês, *Domain Integral Method*), permite calcular numericamente a integral J . Relembrando a equação (11) que define a integral J como uma integral de contorno para problemas bi-dimensionais, é possível reformular este integral utilizando o teorema da divergência. Uma integral de contorno pode ser reformulada em uma integral de área ou volume, para um caso a duas ou três dimensões respectivamente, ao longo de um domínio finito ao redor da ponta da trinca, usando o teorema da divergência.

A razão desta reformulação é explicada pelo fato do MEF considerar os deslocamentos nos pontos nodais e as tensões/deformações nos pontos de integração, ou seja, no domínio de cada elemento. Além disso, os campos de tensão ao longo dos contornos dos elementos são tipicamente descontínuos e para fazer a sua extrapolação para os nós são necessárias abordagens adicionais, acabando assim por diminuir a precisão do cálculo [70].

A integral J pode ser representada em termos da variação de energia liberada devido a um incremento de propagação da trinca Δa . Desta forma, utilizando o conceito da integral J e reformulando a equação (11) em uma integral de domínio usando o teorema da

divergência, é possível escrever a equação (72) [29]. Esta expressão é obtida desconsiderando deformações térmicas, contornos dependentes devido à deformação plástica e pressão aplicadas na superfície da trinca.

$$J = \frac{1}{\Delta A} \int_{B_0} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - W \delta_{1i} \right) \Delta x_i dA \quad (72)$$

Δx_i é variação da posição da ponta da trinca devido à um incremento Δa , ΔA correspondente ao incremento da área da trinca, W representa a densidade de energia de deformação, δ_{1i} é o delta de Kronecker e B_0 representa o domínio de integração, representado a cinzento na Figura 45. O método da integral no domínio corresponde à formulação continua do método da extensão virtual da trinca (VCE) sendo, portanto, métodos matematicamente equivalentes, [71].

A integração é calculada no domínio dos elementos pertencentes ao contorno considerado, sendo o primeiro contorno correspondente aos elementos associados à ponta da trinca real. O segundo contorno é analisado nos elementos adjacentes aos do primeiro contorno e assim sucessivamente, Figura 46. Sendo assim, não há uma necessidade de utilização de malhas refinadas na ponta da trinca, uma vez que o valor da integral é um somatório de todos os elementos do contorno considerado mesmo que este esteja afastado da singularidade. Esta razão torna este método extremamente robusto do ponto de vista do calculo da integral J , [72].

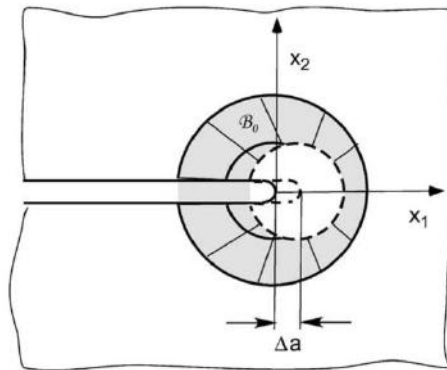


Figura 45 – Utilização do método de integração no domínio de J [70].

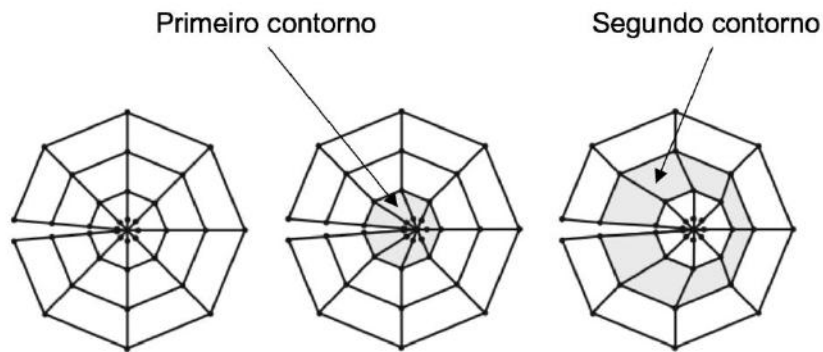


Figura 46 – Contornos do domínio de integração de uma malha de elementos finitos, adaptado de [56].

4.3.3 – Obtenção da integral J via modelos numéricos em estruturas metálicas

De um modo geral, nos trabalhos realizados recentemente sobre a obtenção da integral J via modelos numéricos em estruturas metálicas, são desenvolvidos ou melhorados modelos analíticos já existentes, modelos de corpos de prova padrões são comparados com procedimentos experimentais, e componentes reais são testados experimentalmente e comparados com soluções numéricas.

O melhoramento de modelos analíticos já existente usando modelos numéricos têm sido recentemente tema de investigação. Os modelos analíticos além de serem antigos, baseados por exemplo nos procedimentos EPRI ou RSM, apresentam resultados conservadores e muitas vezes pode levar ao superdimensionamento dos equipamentos. Como apresentado na seção 3.2.2.1 para um tubo trincado sob momento fletor, existem outros autores que procuraram também desenvolver modelos analíticos robustos utilizando modelos numéricos para tal.

Surh et al. [73], propõem novos modelos analíticos para estimar J em tubos de parede fina sob pressão interna contendo trincas axiais em toda a espessura e para materiais com elevado α (parâmetro da equação de *Ramberg-Osgood*). A Figura 47 ilustra o problema e os resultados obtidos, onde mais uma vez se verifica os resultados superestimados do procedimento EPRI. O modelo proposto pelo autor é baseado nas

expressões fundamentais do procedimento EPRI e novas funções de forma h são estimadas usando o modelo numérico. Os resultados obtidos pelo modelo proposto, são bastantes similares aos resultados do modelo numérico como se pode observar na Figura 47.

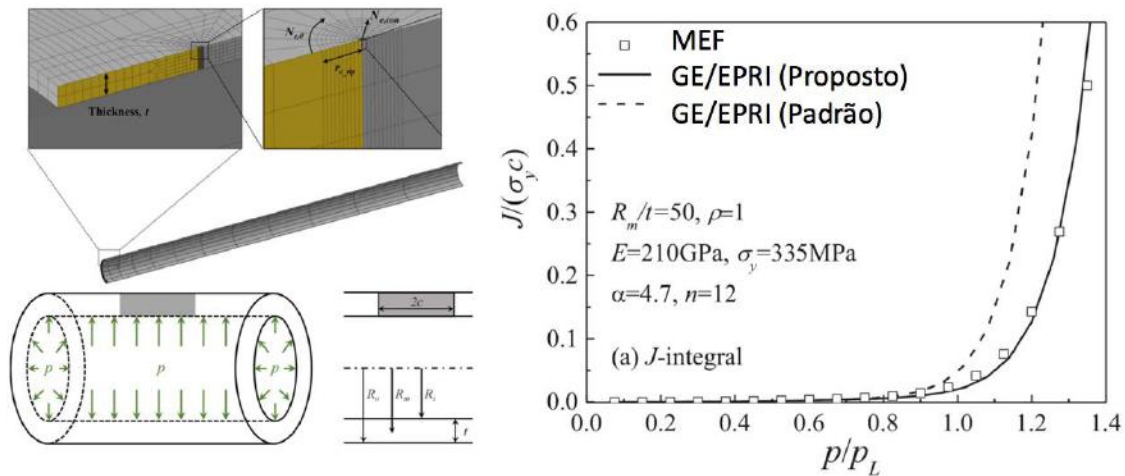


Figura 47 – Comparação dos valores de J entre um modelo numérico e o modelo analítico proposto por [73].

Parise et al. [74] propuseram também soluções para estimar a integral J partindo das equações do procedimento EPRI, mas neste caso a solução é baseada na deformação plástica. Durante o bobinamento e desbobinamento de dutos rígidos para a indústria *subsea*, estes ficam sujeitos a uma significativa deformação plástica, tipicamente 1.5%-3.5% acima do limite de escoamento. Desta forma, utilizando numéricos, os autores basearam as soluções para J na deformação plástica no duto rígido ε_p , e determinaram as funções de forma h para diferentes espessuras do duto, diferentes tamanhos de trinca e diferentes materiais usando modelos numéricos. A Figura 48 mostra a forma da trinca considerada no estudo assim como a comparação da solução numérica com a solução analítica proposta para um caso específico. A solução proposta apresenta resultados muito similares à solução numérica, mostrando mais uma vez a utilidade de modelos numéricos para o cálculo das propriedades da mecânica da fratura.

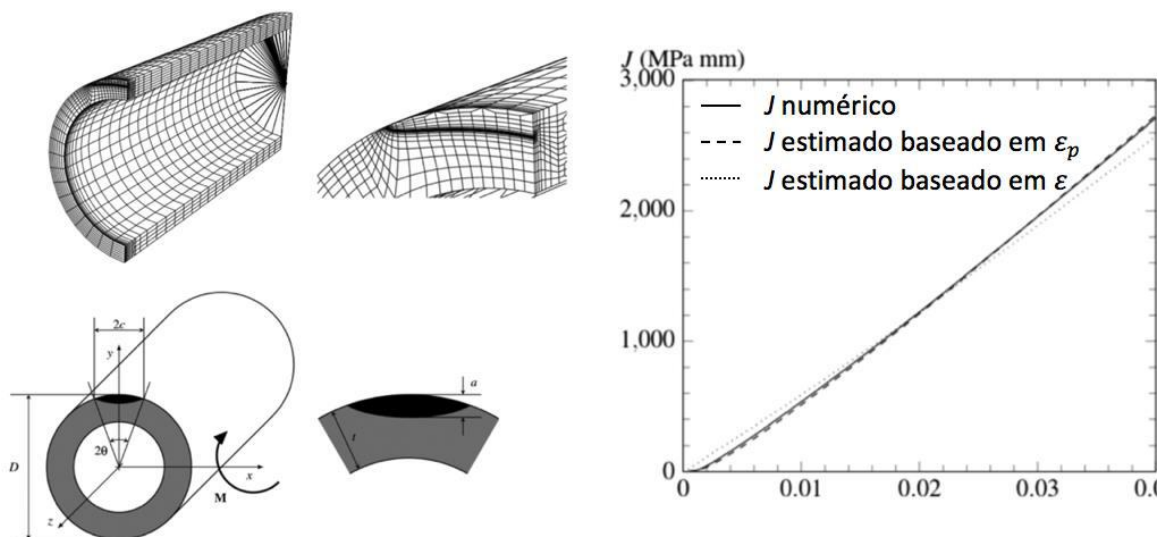


Figura 48 – Comparação dos valores de J entre um modelo numérico e o modelo analítico proposto por [74].

Nas referências [72] e [75], foram criados modelos numéricos para corpos de prova compactos C(T) de forma a calcular J . Os resultados foram comparados com resultados experimentais avaliados de acordo com a norma internacional ASTM E1820 [23], e com a solução analítica da referência [25]. Em ambos os modelos numéricos foi usado o método do integral no domínio para o cálculo de J . A Figura 49 mostra os resultados de J para as diferentes abordagens e é possível observar que as soluções numérica e analítica se aproximam bastante do resultado experimental.

Brocks et al. [72], concluíram que utilizando o método integral do domínio para o cálculo de J , a utilização de uma malha pouco refinada e a não necessidade de utilizar elementos especiais junto da ponta da trinca é suficiente para obter bons resultados. Os autores verificaram também que não há diferença nos valores de J obtidos, quer utilizando a teoria das pequenas ou grandes deformações, desde que nesta última sejam alcançados os valores saturados de J . Entende-se por valores saturados, quando os valores de J permanecem constantes à medida que se considera um contorno mais externo, ou seja, mais longe da ponta da trinca. Sugere-se ainda que os resultados numéricos obtidos através do método integral do domínio devem ser comparados quando possível com formulações baseadas em carregamentos globais *versus* deslocamento para corpos de

prova padrão, ou seja, com procedimentos experimentais. A forma da curva J versus LLD, também deve ser verificada pois J deverá apresentar uma dependência quadrática com a LLD no regime elástico e uma dependência linear no regime plástico, conforme é possível observar na Figura 49.

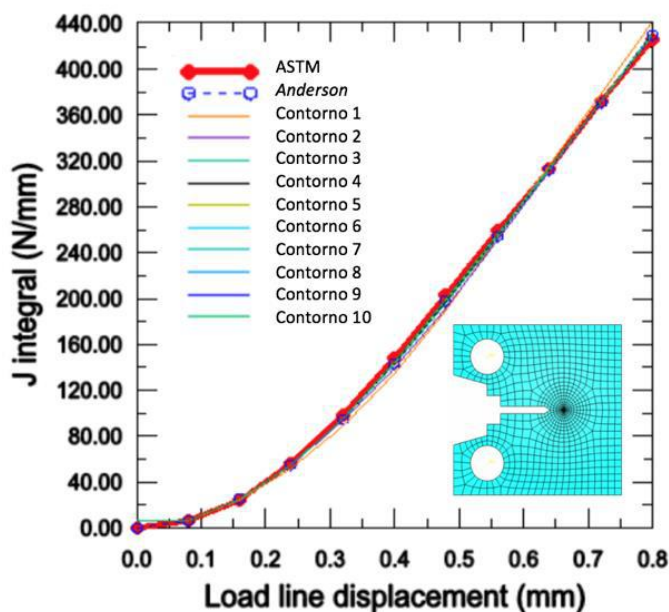


Figura 49 – Resultados da integral J obtidos para 10 contornos do corpo C(T). Aço baixa liga 22 Ni Mo Cr 3 7, adaptado de [75].

Foi desenvolvido pela NASA [76], uma metodologia de interpolação que pretendia fornecer soluções para J em trincas superficiais semi elípticas. A motivação foi que tradicionalmente cada problema consome bastante tempo, pois é analisado através de um modelo numérico dedicado. Além disso, é exigido um conhecimento de análises não lineares de elementos finitos, teoria da plasticidade e mecânica da fratura elasto plástica. Foram criados 600 modelos numéricos 3D de placas sob tração contendo trincas superficiais semi-elípticas. A Figura 50 apresenta as características principais do modelo. Foi criado um espaço de soluções que cobre várias formas e profundidade de trincas ($0.2 \leq a/c \leq 1$ e $0.2 \leq a/B \leq 0.8$) e vários tipos de materiais ($100 \leq E/\sigma_y \leq 1000$ e $3 \leq n \leq 20$, sendo n o coeficiente de encruamento). O utilizador deste espaço de soluções interpolado,

precisa unicamente de ter na sua posse as características geométricas da trinca e da placa e as propriedades mecânicas do material, de forma a obter entre outros resultados a evolução de J com a carga aplicada na placa.

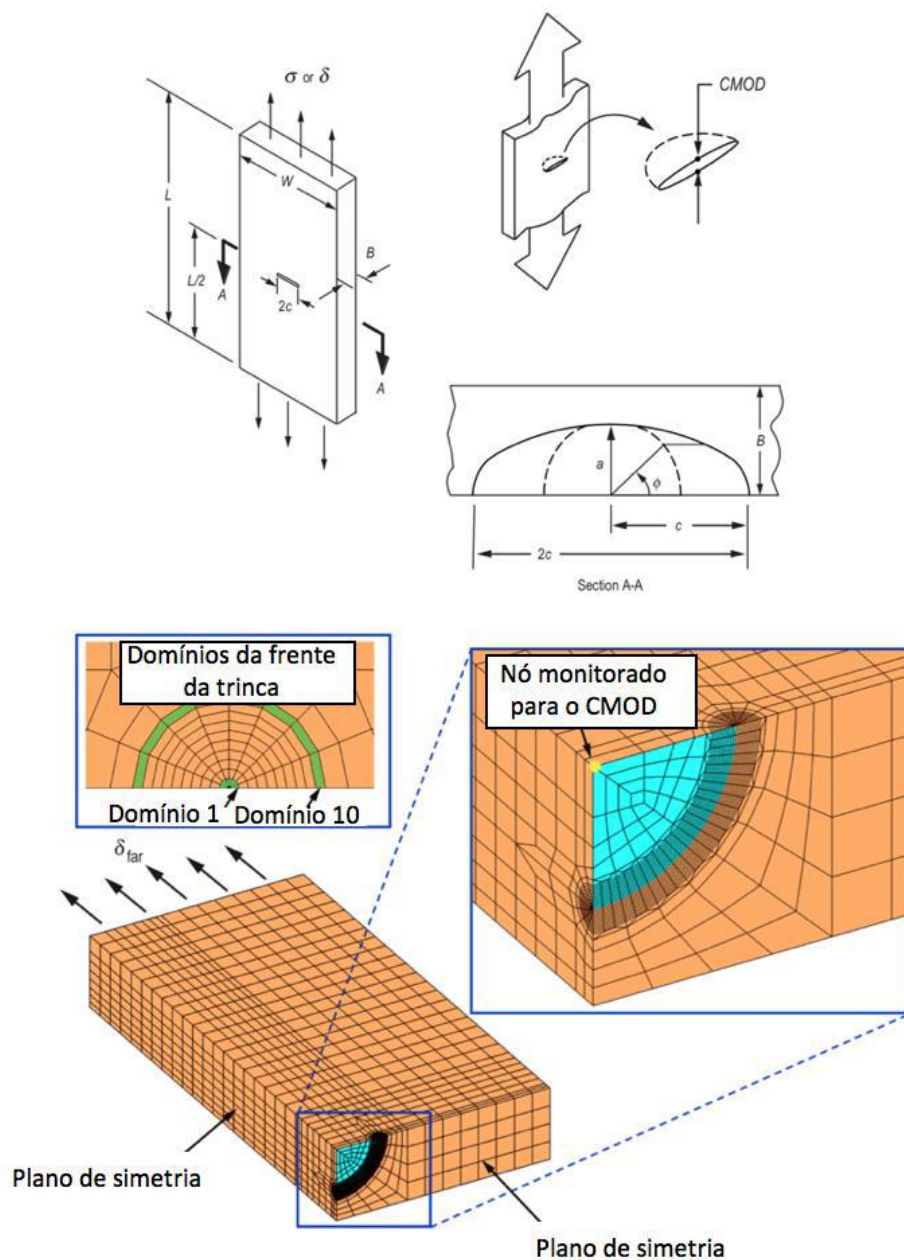


Figura 50 – Modelo numérico de uma trinca semi elíptica em placa sob tração, adaptado de [76].

Foram realizados ensaios experimentais de forma a validar os resultados numéricos obtidos e foi também realizado uma avaliação comparativa entre os resultados numéricos e os resultados obtidos utilizando o espaço de soluções interpolado. A Figura 51 mostra a comparação de resultados CMOD *versus* J para um caso particular utilizando os resultados experimentais, o modelo numérico e a solução interpolada. Os resultados deste estudo indicam que o conjunto de soluções para trincas superficiais e o método de interpolação são suficientemente acurados para fornecer de forma fácil soluções para J [76].

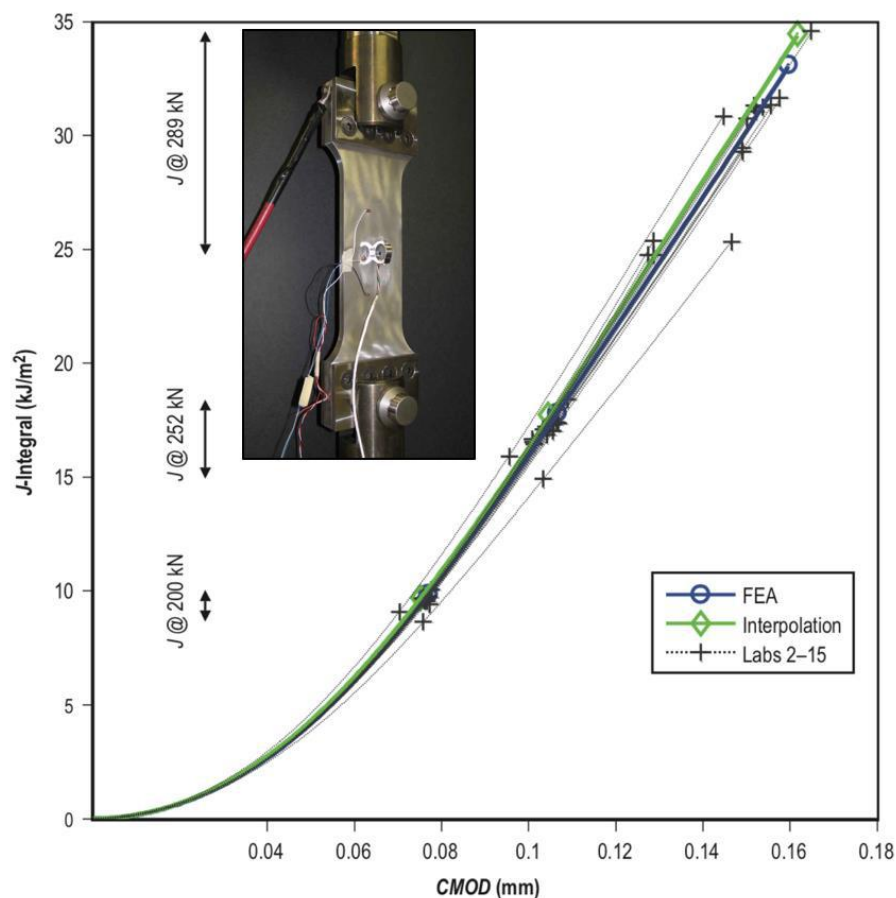


Figura 51 – Resultados CMOD *versus* J para as diferentes abordagens, adaptado de [76].

Capítulo 5 – MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo serão apresentados o material, a metodologia experimental utilizada para obtenção da curva de resistência à fratura do material, assim como o detalhamento das metodologias numéricas utilizadas para avaliação do parâmetro da MFEP de interesse neste trabalho, o integral J .

A metodologia numérica é utilizada para avaliação do parâmetro J nos vários modelos de elementos finitos estudados neste trabalho. Primeiramente é apresentado o modelo numérico do corpo de prova compacto C(T) com o objetivo de comparar os resultados experimentais obtidos com os resultados numéricos. Posteriormente são apresentados modelos numéricos preliminares (chapa e tubo), com o intuito de comparar os resultados obtidos com a literatura. Por ultimo, são apresentados os modelos da conexão flangeada onde são detalhadas todas as premissas do modelo numérico assim como os carregamentos e trincas modeladas.

5.1 – MATERIAIS

Os corpos de prova utilizados neste trabalho para a realização dos testes de fratura, foram obtidos a partir de uma barra circular forjada de aço AISI 4130 (UNS G41300, no sistema de numeração unificado), Figura 52. A Tabela 2 apresenta as principais propriedades mecânicas obtidas a partir dos ensaios de tração a temperatura ambiente.

Tabela 2 – Propriedades mecânicas do aço AISI 4130 utilizado neste trabalho.

Material	σ_{YS} (MPa)	σ_{UT} (MPa)	Alongamento na fratura (%)
AISI 4130	560	692	24.3

5.2 – METODOLOGIA EXPERIMENTAL

5.2.1 – Corpos de prova

Foram utilizados seis corpos de prova compactos C(T) e foram usinados de acordo com as dimensões da norma ASTM E1820 [23] por ser uma das normas mais utilizadas na indústria. A Figura 53 apresenta a geometria dos corpos de prova.



Figura 52 – Barra circular forjada do aço AISI 4130 (100mm x 200mm).

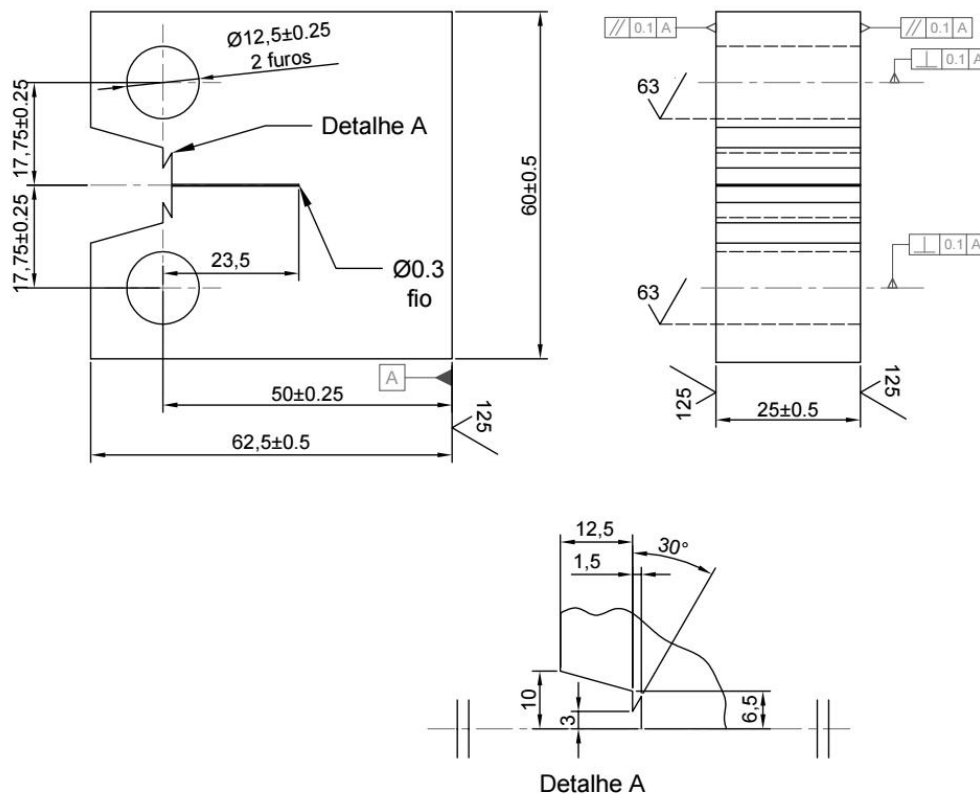


Figura 53 – Esquema da geometria do corpo de prova compacto C(T).

De forma a facilitar os cálculos para a obtenção dos valores de J e para eliminar a necessidade de descontar as indentações, a boca do entalhe dos corpos de prova foi desenhada de forma a que o posicionamento do *clip-gauge* possibilita a medição do deslocamento na linha de carga (do inglês, *Load Line Displacement* – LLD). A boca do entalhe (com facas portaclip integradas) e o entalhe foram usinados utilizando a técnica de eletro erosão a fio (diâmetro do fio de 0.3mm). O pré-trincamento por fadiga foi realizado de acordo com os limites de carga da norma ASTM E1820 [23], de forma a obter um comprimento de trinca inicial de $a_0/W \approx 0.5$, respeitando assim o intervalo da razão permitida pela norma. Dos seis corpos de prova, quatro foram ensaiados à temperatura ambiente (22°C), um a -20°C e outro a -40°C. Os corpos de prova ensaiados à temperatura ambiente foram denominados de CP1 até CP4, à temperatura de -20°C de CP5 e à temperatura de -40°C de CP6.

5.2.2 – Ensaio e instrumentação dos corpos de prova

Uma máquina servo-hidráulica foi utilizada nos ensaios para determinação das curvas de resistência J_R . O carregamento durante os testes foi aplicado sob controle de deslocamento, enquanto que as descargas e recargas foram realizadas sob controle de carga, como recomendado pelas normas. Os corpos de prova foram instrumentados e um sistema de aquisição de dados foi utilizado de forma a registrar as medições realizadas. A aquisição dos dados foi realizada a uma taxa de 10 Hz. Um *clip-gauge* foi utilizado de forma a medir o deslocamento da abertura da boca da trinca (CTOD) e o LVDT (*Linear Variable Displacement Transducer*) da máquina servo-hidráulica, para obter o deslocamento no ponto de aplicação da carga, LLD. A Figura 54 apresenta um corpo de prova instrumentado e pronto para o ensaio.

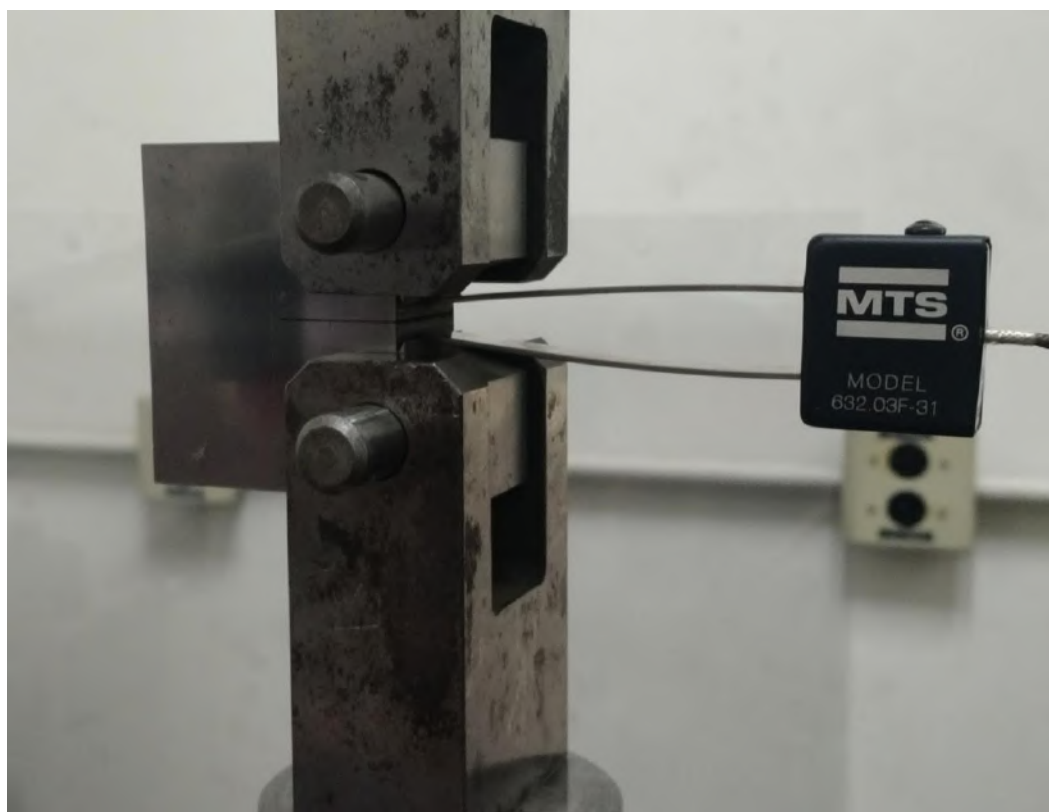


Figura 54 – Corpo de prova compacto C(T) instrumentado e pronto para o ensaio.

5.2.3 – Determinação das curvas de resistência e valores de tenacidade à fratura

As estimativas dos comprimentos da trinca $a_{(i)}$ ao longo do teste foram obtidas com o método das descargas parciais apresentado na seção 3.1.3, utilizando os registos $P - CMOD$. Para o cálculo de $J_{(i)}$ foram considerados os valores de carga $P_{(i)}$ do início de cada descarga do registo $P - LLD$ e foi utilizada a equação (73) conforme a norma ASTM E1820 [23].

$$J_{(i)} = J_{elást.(i)} + J_{plást.(i)} = \frac{K_{(i)}^2}{E'} + J_{plást.(i)} \quad (73)$$

A componente elástica de J é calculada conforme as equações (74) e (75) e a componente plástica através das equações (76) e (77).

$$K_{(i)} = \left(\frac{P_{(i)}}{(BB_N W)^{1/2}} \right) f(a_{(i)}/W) \quad (74)$$

$$f\left(\frac{a_{(i)}}{W}\right) = \frac{\left(2 + \frac{a_{(i)}}{W}\right) \left(0,886 + 4,64 \left(\frac{a_{(i)}}{W}\right) - 13,32 \left(\frac{a_{(i)}}{W}\right)^2 + 14,72 \left(\frac{a_{(i)}}{W}\right)^3 - 5,6 \left(\frac{a_{(i)}}{W}\right)^4\right)}{\left(1 - \frac{a_{(i)}}{W}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (75)$$

$$J_{pl(i)} = \left(J_{pl(i-1)} + \left(\frac{\eta_{pl(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right) \left(\frac{A_{pl(i)} - A_{pl(i-1)}}{B_N} \right) \right) \cdot \left(1 - \gamma_{(i-1)} \left(\frac{a_{(i)} - a_{(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right) \right) \quad (76)$$

$$A_{pl(i)} = A_{pl(i-1)} + \frac{(P_{(i)} + P_{(i-1)})(v_{pl(i)} - v_{pl(i-1)})}{2} \quad (77)$$

A componente plástica da LLD é calculada a cada descarga através da equação (78). E as componentes $\eta_{pl(i-1)}$ e $\gamma_{(i-1)}$ de acordo com as equações (79) e (80).

$$v_{pl(i)} = v_{(i)} - P_{(i)} \cdot C_{(i)} \quad (78)$$

$$\eta_{pl(i-1)} = 2,0 + 0,522b_{(i-1)}/W \quad (79)$$

$$\gamma_{(i-1)} = 1,0 + 0,76b_{(i-1)}/W \quad (80)$$

Na posse dos valores dos comprimentos de trinca $a_{(i)}$ a cada descarga e dos respectivos valores de $J_{(i)}$, é possível construir curvas de $J - \Delta a$, ou seja, as curvas de resistência J_R .

Geralmente quando o método das descargas parciais é utilizado, o início do registo da curva $J - \Delta a$ apresenta alguns pontos com valores negativos. De acordo com [52], a razão desse crescimento de trinca negativo aparente é inerente ao método das descargas parciais. O mesmo autor sugere uma técnica de correção desse fenómeno designada de *offset technique*. Essa técnica foi utilizada para corrigir as curvas deste trabalho.

De acordo com o procedimento da norma ASTM E1820 [23], J_Q (o candidato a J_{IC}) deve ser seleccionada a partir da curva $J - \Delta a$ corrigida e os seguintes passos devem ser realizados de forma a definir a região de qualificação dos pontos da curva:

- Definir uma linha de construção designada de linha de embotamento (do inglês, *blunting line*):

$$J = 2\sigma_Y \Delta a \quad (81)$$

A norma ASTM E1820 [23] define σ_Y como sendo o limite de resistência efetivo, e é calculado como a média entre o limite de escoamento e a tensão última do material, $\sigma_Y = \frac{\sigma_{ys} + \sigma_{ts}}{2}$.

- Construir retas paralelas à linha de embotamento, com deslocamento de 0,15; 0,5 e 1,5mm relativamente ao eixo das abcissas.
- Calcular reta horizontal de exclusão:

$$J_{Limite} = \frac{b_0 \sigma_Y}{7,5} \quad (82)$$

A Figura 55 apresenta os passos descritos acima, e ilustra a região de qualificação dos pontos da curva. Pelo menos um ponto deve estar contido no interior de cada par das retas descritas acima.

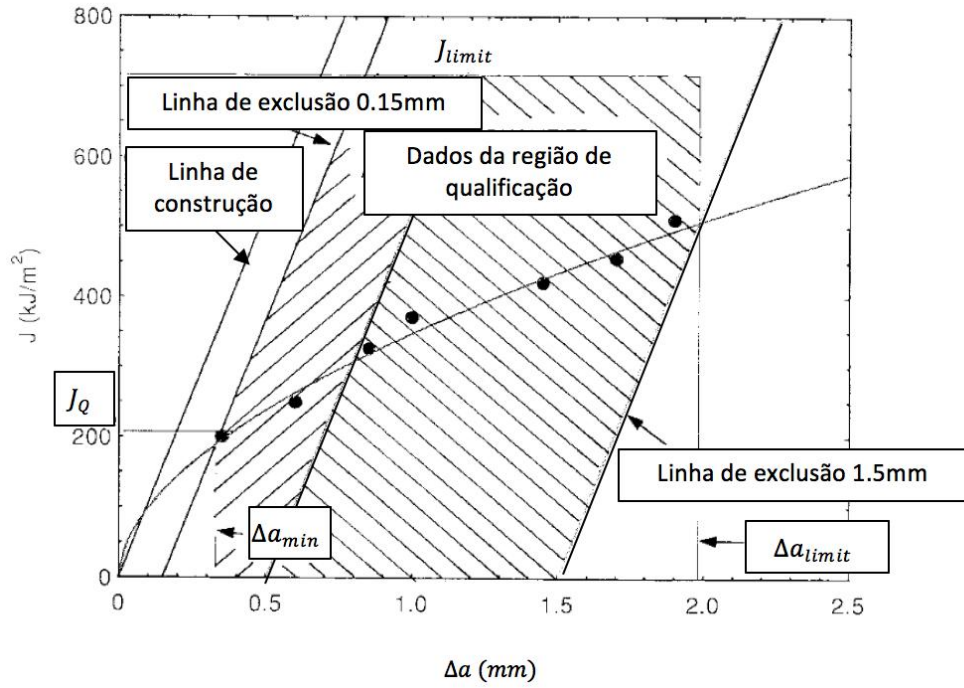


Figura 55 – Região de qualificação dos pontos da curva de resistência J_R [23].

- Utilizando a equação (83) os pares de pontos são ajustados a partir das constantes C_1 e C_2 .

$$J = C_1(\Delta a)^{C_2} \Leftrightarrow \ln J = \ln C_1 + C_2 \ln(\Delta a) \quad (83)$$

- Construir reta paralela à linha de embotamento, com deslocamento de 0,2 mm relativamente ao eixo das abcissas. A intercepção dessa reta com a curva de ajuste, determina o candidato a J_Q conforme apresentado na Figura 56.

J_Q é considerado valor de tenacidade à fratura J_{IC} , se a condição de espessura B e ligamento inicial b_0 forem verificadas:

$$B > \frac{10J_Q}{\sigma_Y} \quad (84)$$

$$b_0 > \frac{10J_Q}{\sigma_Y} \quad (85)$$

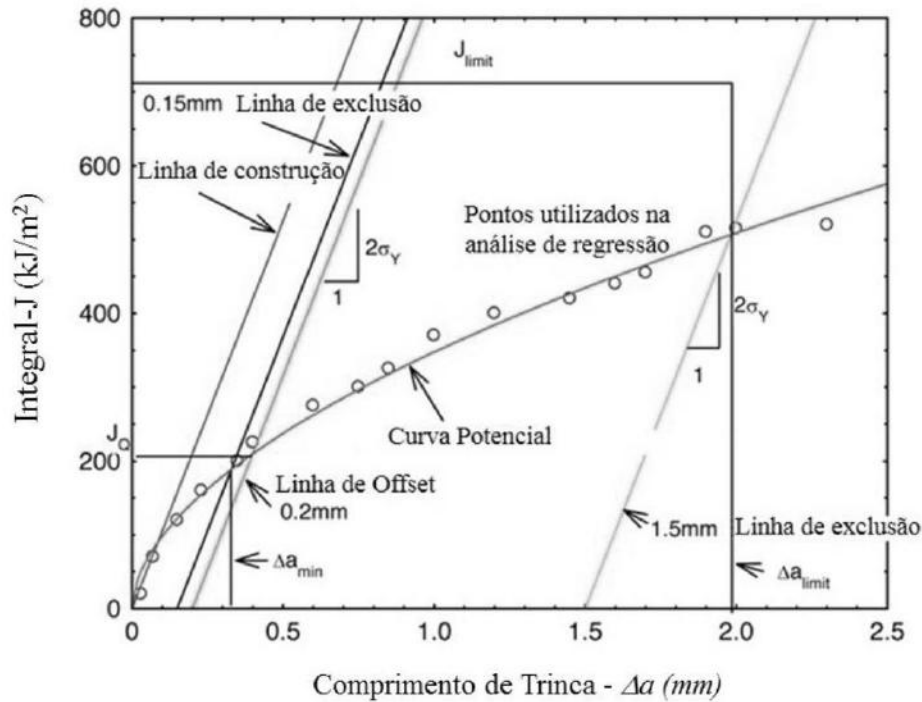


Figura 56 – Determinação de J_{IC} para materiais metálicos conforme ASTM E1820 [23].
Retirado de [29].

No fim de cada ensaio, cada corpo de prova foi sujeito a uma oxidação na região das superfícies de fratura de forma a revelar o crescimento estável de trinca. Para tal, foi utilizada a técnica de tingimento térmico (*heat tinting*). Essa técnica consiste no aquecimento da peça por um período de uma hora a aproximadamente 400°C. Posteriormente os corpos de prova foram resfriados em nitrogênio líquido e fraturados na máquina servo-hidráulica após a estabilização térmica. A fratura em temperatura muito baixa permite minimizar qualquer deformação plástica adicional.

O comprimento inicial e final da trinca pôde então ser medido. As medições foram realizadas com o auxílio de um projetor de perfis de bancada, realizando nove medições

igualmente espaçadas e os comprimentos de trinca foram calculados conforme os requerimentos da norma internacional BS 7448 [81].

Nos ensaios a baixa temperatura, foi utilizado nitrogênio líquido para resfriar os corpos de prova. Nestes testes, a tenacidade à fratura foi caracterizada através do ponto de instabilidade das amostras. Utilizando a equação (73), é possível calcular J_{Qc} ou J_{Qu} , (candidatos a J no ponto de instabilidade) [23]. Após serem verificadas as condições de qualificação conforme a norma ASTM E1820 [23], determinou-se a tenacidade à fratura no ponto de instabilidade. $J_{Qc} = J_c$ quando a fratura ocorre antes de um crescimento dúctil estável e $J_{Qu} = J_u$ quando a fratura ocorre depois de um crescimento dúctil estável. O tipo de instabilidade é definido a partir da equação (86). Se durante o ensaio até ao ponto de instabilidade for observado um crescimento Δa maior que o valor obtido pela equação (86), obtém-se J_u , caso contrário, obtém-se J_c .

$$0.2mm + \frac{J_Q}{2 \cdot \sigma_Y} \quad (86)$$

5.3 – METODOLOGIA NUMÉRICA

O objetivo principal deste trabalho consistiu na representação numérica do material apresentado anteriormente à luz da mecânica da fratura. O interesse principal em todos os modelos apresentados foi a representação do parâmetro da MFEP, integral J . Para resolver o problema de elementos finitos de cada modelo e calcular a integral J , foi utilizado o software comercial ANSYS® versão 18.2.

5.3.1 – Modelo de material

O estado de tensão-deformação do material deve ser representado pelo modelo numérico, considerando um comportamento elastoplástico por forma a representar a plasticidade na ponta da trinca e consequentemente os parâmetros da MFEP.

Materiais metálicos como o aço liga usado neste trabalho, são tipicamente discritos usando modelos de material elasto-plástico não dependentes do tempo. A superfície de encruamento, o modelo de encruamento e a lei de escoamento, são as principais

características a ser definidas no modelo do material. O comportamento elasto-plástico do aço baixa liga utilizado neste trabalho, foi aproximado por um modelo de encruamento isotrópico utilizando a superfície de encruamento de von Mises, uma vez que o problema deste trabalho não possui carregamentos cíclicos. A Figura 57 apresenta o comportamento típico de uma superfície de escoamento de von Mises para um modelo isotrópico, considerando um estado triaxial de tensões. A linha continua representa a amplificação da superfície de escoamento.

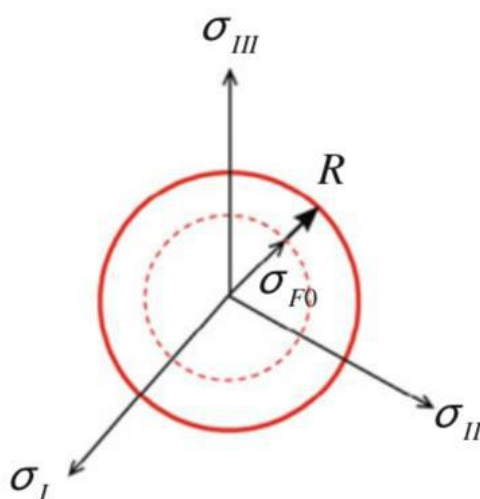


Figura 57 – Superfície de encruamento de von Mises no plano desviado (σ_{F0} representa a tensão de escoamento inicial) [56].

Os incrementos de deformação plástica gerados pela alteração do estado de tensão foram definidos pela lei de escoamento de von Mises através de uma curva bi-linear. A curva bi-linear do aço baixa liga foi definida com base nas propriedades mecânicas da Tabela 2, com as devidas conversões entre valores de tensão e deformação de engenharia. O Anexo 1 apresenta os cálculos para as conversões de tensão e deformação. A Tabela 3 e a Figura 58 apresentam, respectivamente, as propriedades mecânicas e a curva bi-linear utilizadas no modelo do material deste trabalho.

Tabela 3 – Propriedades mecânicas do aço AISI 4130 utilizados nos modelos numéricos.

Material	E (GPa)	ν	$\sigma_{YS True}$ (MPa)	H (MPa)
AISI 4130	200	0,3	561,5	1917,5

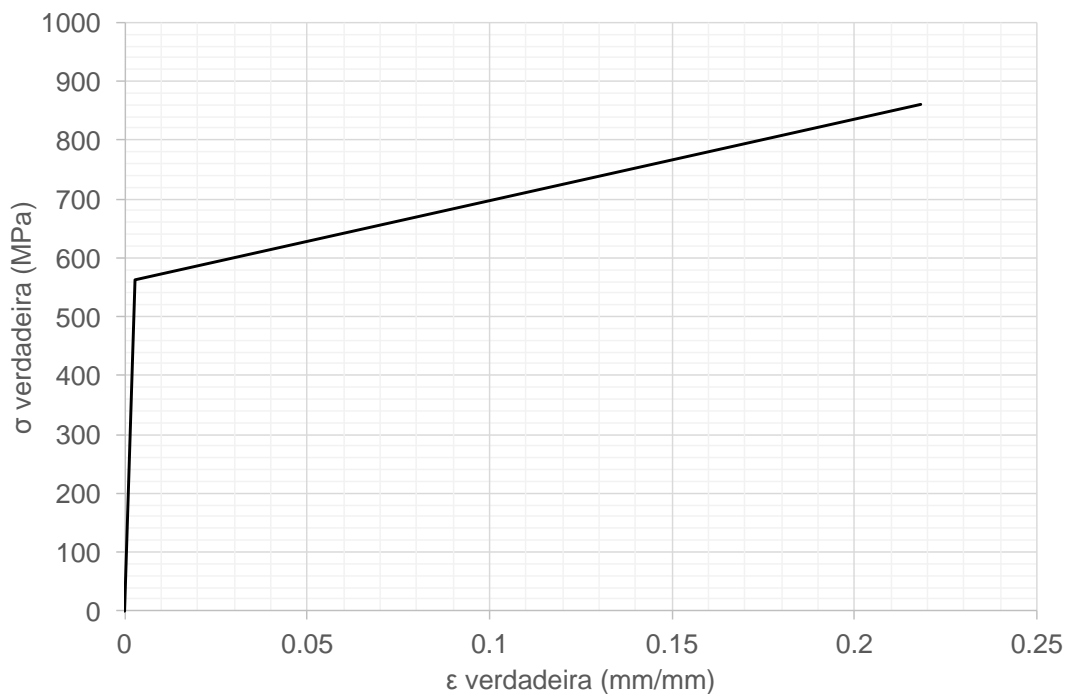


Figura 58 – Curva bi-linear do aço AISI 4130 utilizada nos modelos numéricos.

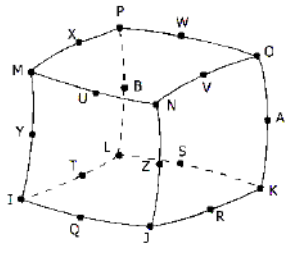
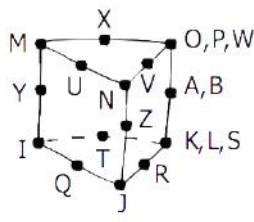
5.3.2 – Método numérico para o cálculo de J e elementos na região da trinca

Através do MEF e utilizando o método VCE (*Virtual Crack Extension*), foi possível calcular J para os vários modelos numéricos apresentados neste trabalho.

Foram utilizados elementos sólidos de segunda ordem em toda a geometria do problema. Seguindo a mesma abordagem utilizada por Almeida *et. al* [29], os elementos utilizados no primeiro contorno da trinca foram elementos sólidos prismáticos degenerados no primeiro contorno com os nós intermédios no meio das arestas. As posições dos nós na ponta da trinca não são restritas a terem o mesmo movimento. Para isso, a formulação do

elemento foi alterada de forma a contemplar essas não-linearidades geométricas como constatado por Brocks et al. [53], com o intuito de representar melhor o campo singular elasto-plástico na ponta da trinca. Nos demais contornos foram utilizados elementos sólidos hexahédricos. Os elementos utilizados possuem 20 nós e três graus de liberdade em cada um deles (translação nos eixos x, y e z), a Tabela 4 apresenta a geometria desses elementos. O valor considerado para montar as curvas de J_{Apli} foi o do contorno mais externo e o máximo ao longo de toda a frente da trinca.

Tabela 4 – Características dos elementos finitos utilizados na região da trinca.

Designação do elemento	Forma	Geometria
SOLID 186 (ANSYS®) <i>3D Solid 20 Nodes Structural Solid</i>	Hexaédrica	
	Prismática	

5.3.3 – Representação do ensaio de tenacidade à fratura para o cálculo de J

A primeira etapa deste trabalho do ponto de vista de análise numérica, foi a representação do ensaio de tenacidade à fratura realizado no corpo de prova compacto C(T) de acordo com a geometria da Figura 53. O objetivo deste modelo numérico foi a representação do parâmetro da MFEP, integral J .

O modelo numérico considerado, foi modelado com um quarto da geometria do corpo compacto C(T) conforme Figura 59, devido às condições de simetria geométrica e de

carregamento. A região de fixação do *gauge* (Figura 53 – Detalhe A), foi desprezada no modelo numérico por não influenciar nos resultados e por facilitar a malha naquela região. A aplicação do carregamento foi simulada com deslocamento imposto na região do furo do corpo de prova, conforme Figura 60.

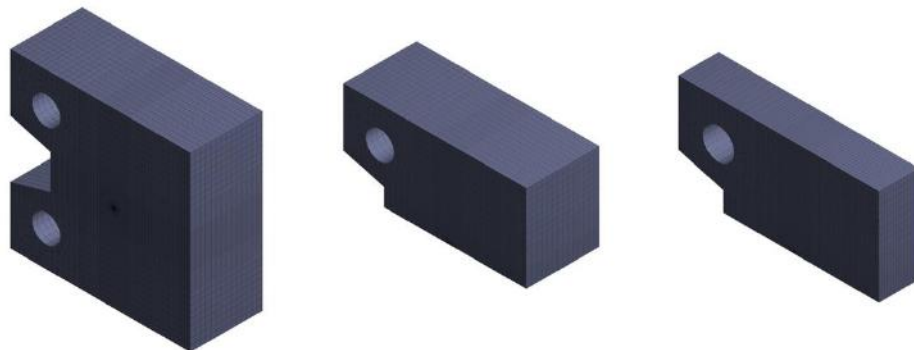


Figura 59 – Modelos numéricos: completo, com simetria e dupla simetria.

Como já foi apresentado no Capítulo 4, a vantagem do método VCE é a precisão do cálculo de J sem a necessidade de uma malha muito refinada. No entanto, foi realizado um estudo de convergência de malha na região da ponta da trinca, semelhante ao estudo realizado por Almeida *et. al.*[29], tanto para avaliar a precisão do método como para representar corretamente o campo de tensões e deformações na ponta da trinca. Foi utilizada a teoria das grandes deformações nos modelos numéricos.

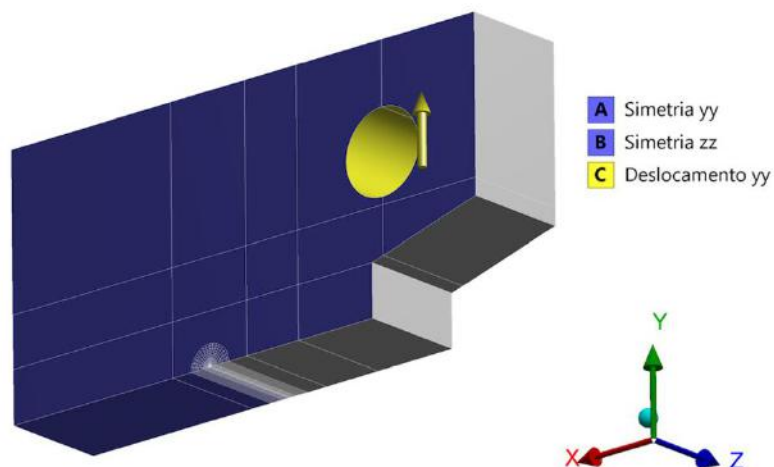


Figura 60 – Condições de simetria e deslocamento imposto do modelo numérico do corpo de prova compacto C(T).

A Figura 61 apresenta os parâmetros avaliados no estudo de convergência, sendo N_{esp} o número de elementos na espessura, $R1$ a distância da ponta da trinca até ao fim do comprimento do primeiro conjunto de elementos e $R2$ a distância até ao fim do segundo conjunto de elementos.

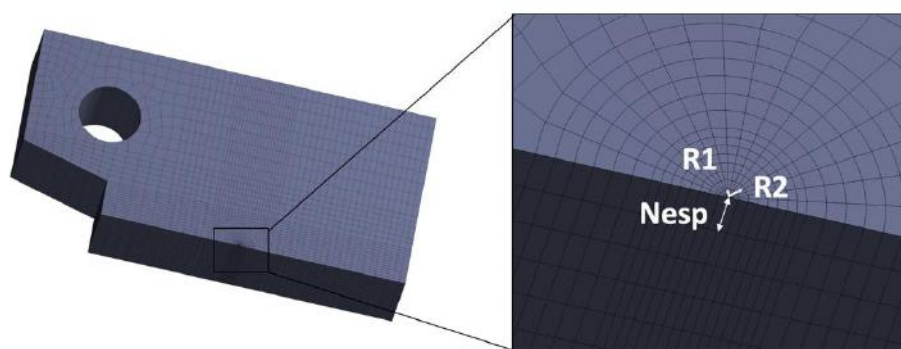


Figura 61 – Parâmetros do estudo de convergência de malha na ponta da trinca.

O valor de J foi calculado para os primeiros 10 contornos de cada modelo do estudo de convergência e comparados com os resultados experimentais. Esse estudo comparativo foi realizado para dois valores de LLD e a relação LLD *versus* J foi também comparada

5.3.4 – Modelos preliminares

O objetivo principal desta seção foi calcular J através do MEF usando o método VCE para cada modelo preliminar estudado, e comparar os resultados obtidos com soluções analíticas e numéricas da literatura. Os modelos analisados nesta seção foram designados como preliminares por terem geometrias mais simples que o modelo principal deste estudo, o modelo da conexão flangeada. No entanto, do ponto de vista da geometria da trinca considerada, os modelos preliminares são iguais ao modelo da conexão flangeada, pois em ambos foram consideradas trincas semi-elípticas, as mais comuns encontradas em componentes estruturais [18]. Os modelos de material usados nesta seção não representam o material de estudo deste trabalho, apenas foram usados para comparar os resultados obtidos com outros autores.

5.3.4.1 – Tubo com pressão interna e trinca semi-elíptica

O primeiro modelo analisado foi um tubo com pressão interna com trinca semi-elíptica orientada axialmente na face interna do tubo. O tubo possui 10mm de espessura com um raio interno 100mm e a trinca modelada possui 3 milímetros de profundidade ($a = 3mm$), e 6 milímetros de largura ($2c = 6mm$).

A Figura 62 mostra a geometria do tubo, a malha e os contornos na ponta da trinca. As faces do tubo foram restritas de movimento através de suportes fixos. De forma a afastar o efeito de borda da região que contém a trinca, foi simulado um comprimento de tubo suficientemente grande. Os incrementos de deformação plástica gerados pela alteração do estado de tensão foram definidos pela lei de escoamento de von Mises através de uma lei de potencial de encruamento de *Ramberg-Osgood* com parâmetros $n = 12.4$ e $\alpha = 0.71$. Foi utilizada a teoria das grandes deformações no modelo numérico. O valor de J foi calculado para o décimo contorno do modelo e para vários valores de pressão interna, o resultado foi comparado com a solução analítica do procedimento EPRI [44] para este tipo de problema.

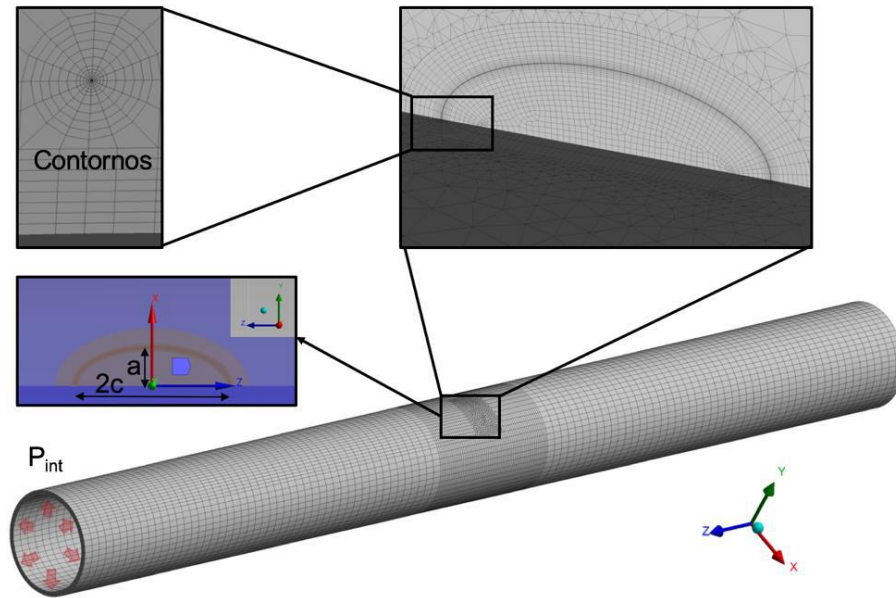


Figura 62 – Modelo de tubo com pressão interna com trinca semi-elíptica orientada axialmente na face interna do tubo.

5.3.4.2 – Chapa em tração com trinca semi-elíptica

O segundo modelo analisado foi uma chapa em tração com trinca semi-elíptica orientada perpendicularmente à direção da tração. A chapa possui 60 milímetros de espessura e a trinca modelada possui 18 milímetros de profundidade $a = 18\text{mm}$, e 20 milímetros de largura $2c = 20\text{mm}$. A Figura 63 mostra a geometria da chapa, a malha e os contornos na ponta da trinca. Os incrementos de deformação plástica gerados pela alteração do estado de tensão foram definidos pela lei de escoamento de von Mises através de uma lei linear mais potencial (*LPPL – Linear plus power law*) de acordo com as equações (87) e (88), considerando $\varepsilon_{ys} = \sigma_{ys}/E$.

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ys}} = \frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \quad , \quad \varepsilon \leq \varepsilon_{ys} \quad (87)$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ys}} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^n \quad , \quad \varepsilon > \varepsilon_{ys} \quad (88)$$

Foi considerado $\sigma_{ys} = 500 \text{ MPa}$, $E = 200 \text{ GPa}$ e $n = 8$. Foi utilizada a teoria das pequenas deformações no modelo numérico.

O valor de J foi calculado para o décimo contorno do modelo e para vários valores de tração, o resultado foi comparado com a solução numérico do estudo da NASA [76], apresentado na seção 4.3.3.

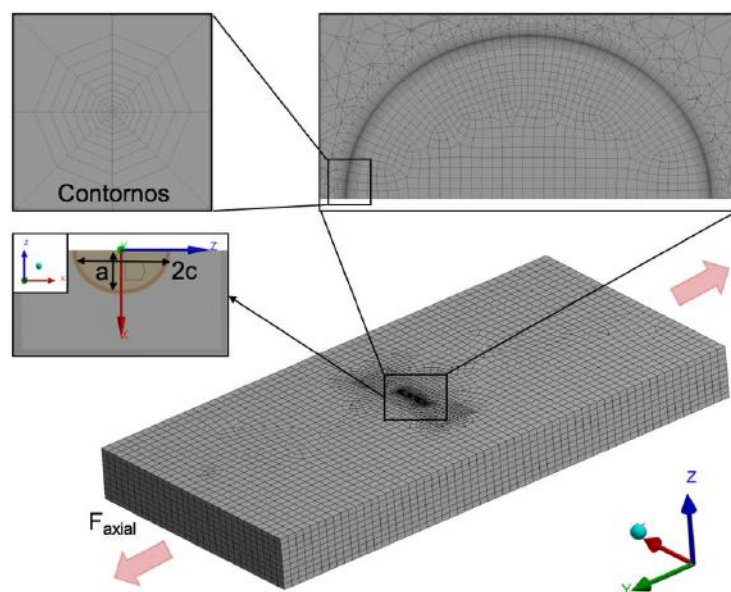


Figura 63 – Modelo de chapa com em tração com trinca semi-elíptica.

5.3.5 – Modelo da conexão flangeada

Os modos de falha de uma conexão flangeada, como discutido na seção 2.3, são a falha estrutural do corpo do flange, a falha estrutural dos elementos de fixação (estojos e porcas) e a perda de estanquidade na região de vedação. Neste trabalho, só as falhas estruturais serão abordadas. O objetivo principal desta seção foi obter curvas de J_{Apli} para o corpo pré-trincado do flange da conexão flangeada estudada, através do MEF usando o método VCE. Várias trincas foram simuladas, variando a sua localização, tamanho e forma, mais detalhe das trincas serão apresentados na seção 5.3.5.3. Os valores considerados nas curvas de J_{Apli} , foram os valores máximos ao longo do comprimento da trinca.

Tendo em vista que além da falha por fratura poderá ocorrer falha por colapso plástico, foi utilizada a abordagem de linearização de tensão de acordo com a norma internacional API 2RD [77], de forma a avaliar o colapso plástico. Foram calculadas as tensões que contribuem para o colapso plástico do corpo do flange (seções com menor espessura e seção que contém a trinca) e dos estojos. As tensões são divididas em, tensão de membrana σ_M , que é constante ao longo da espessura do componente e é necessária para garantir o equilíbrio do componente, e a tensão de flexão σ_B , que varia linearmente ao longo da espessura do componente, [77].

As próximas secções apresentam as características dos modelos numéricos da conexão flangeada deste trabalho.

5.3.5.1 – Materiais do modelo

O modelo de material e as propriedades mecânicas dos flanges, foram apresentados na secção 5.3.1. O mesmo modelo foi utilizado para o anel metálico de vedação, enquanto que os elementos de fixação foram modelados com comportamento linear-elástico. A Tabela 5, apresenta as propriedades mecânicas do anel de vedação e dos elementos de fixação, de acordo com a referência [78] (*Special Metals*) e a norma API 6A [7] respectivamente.

Tabela 5 – Propriedades mecânicas do anel BX e dos estojos utilizadas nos modelos numéricos.

Componente	Material	E (GPa)	ν	$\sigma_{YS\ True}$ (MPa)	H (MPa)
Anel BX	Inconel 625	200	0,3	275	4880,7
Estojo	ASTM A320 Gr. L7	200	0,3	725	-

5.3.5.2 – Geometria do modelo

O modelo da conexão flangeada apresentado neste trabalho é do tipo 6BX, e utiliza a geometria do flange 7 1/16" API 6BX 10000PSI BX156 de acordo com a norma internacional API 6A [7]. O diâmetro interno máximo do flange permitido por norma é de 7 1/16" (ou 180mm), no entanto, neste modelo o diâmetro considerado foi de 6" (ou 152,4mm) por ser um diâmetro mais usado em dutos flexíveis. O anel metálico é do tipo BX (modelo BX156) e a pressão de trabalho do flange é de 10000Psi (ou 68.95MPa). A conexão flangeada utiliza 12 estojos com bitola de 1 1/2" (ou 38.1mm). Nenhuma razão especial determinou a escolha do flange deste trabalho. Devido à simetria do problema, só 1/12 da geometria foi modelada. A Figura 64 apresenta a geometria do flange.

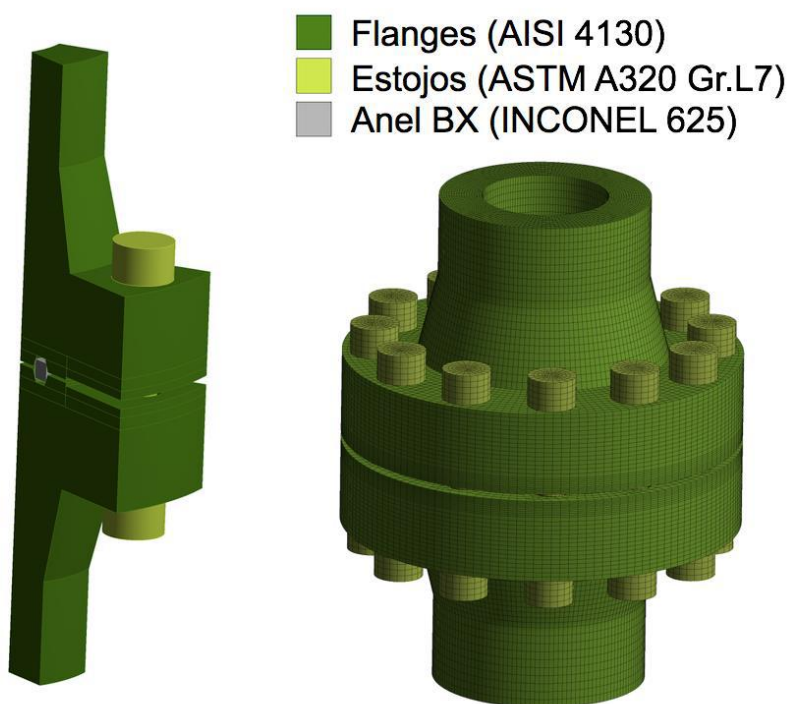


Figura 64 – Flange 7 1/16" API 6BX 10000PSI BX156 (1/12 da geometria).

5.3.5.3 – Geometria das trincas

Todas as trincas modeladas são superficiais, com forma semi-elíptica e com razão $a/c = 0.5$. A Tabela 6 e a Figura 65 apresentam as diferentes trincas modeladas, assim como a sua localização, posição e profundidade a . As trincas foram posicionadas nas regiões de maior tensão, que no caso da conexão flangeada encontram-se junto às regiões adoçadas, onde há concentradores de tensão, e na região de menor espessura do corpo do flange. A profundidade máxima das diferentes trincas foi limitada pela geometria do modelo numérico.

Tabela 6 – Características das trincas modeladas.

Trinca	Localização	Posição	Profundidade a (mm)
A	Face interna	Vertical	6 a 45
B	Face interna	Horizontal	2 a 8
C	Face externa	Horizontal	2 a 13,5
D	Face externa (Adoçamento)	Vertical	1 a 4,8
E	Face externa (Adoçamento)	Horizontal	1 a 6

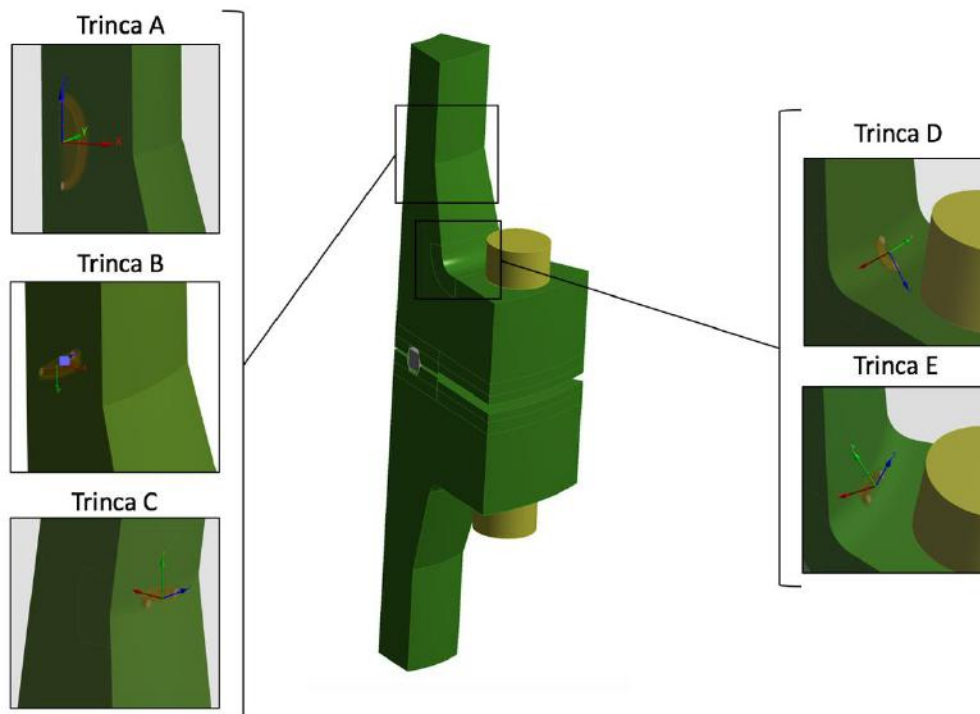


Figura 65 – Localização e orientação das trincas modeladas.

5.3.5.4 – Contactos

De forma a estabelecer a interação entre os componentes que constituem a conexão flangeada, torna-se necessário definir os pares de contato. Foi utilizado um contato do tipo “colado” entre as porcas e os flanges. Nenhum deslizamento ou separação entre as faces é permitido. Este tipo de contato permite uma solução linear já que o contacto não mudará durante a aplicação de carga, facilitando assim a convergência do modelo. Para os contactos entre o anel BX e os flanges e entre flanges, foi utilizado um contacto do tipo “com atrito”. Neste tipo de contacto, as duas faces estão sujeitas a tensões de cisalhamento até certa magnitude antes de começar o deslizamento. Esse deslizamento é função da pressão de contato normal e do fator de atrito entre as faces. Foi utilizado um fator de atrito de 0,2 por ser um valor típico entre superfícies metálicas [79]. A Figura 66 apresenta as superfícies em contacto no presente modelo numérico.

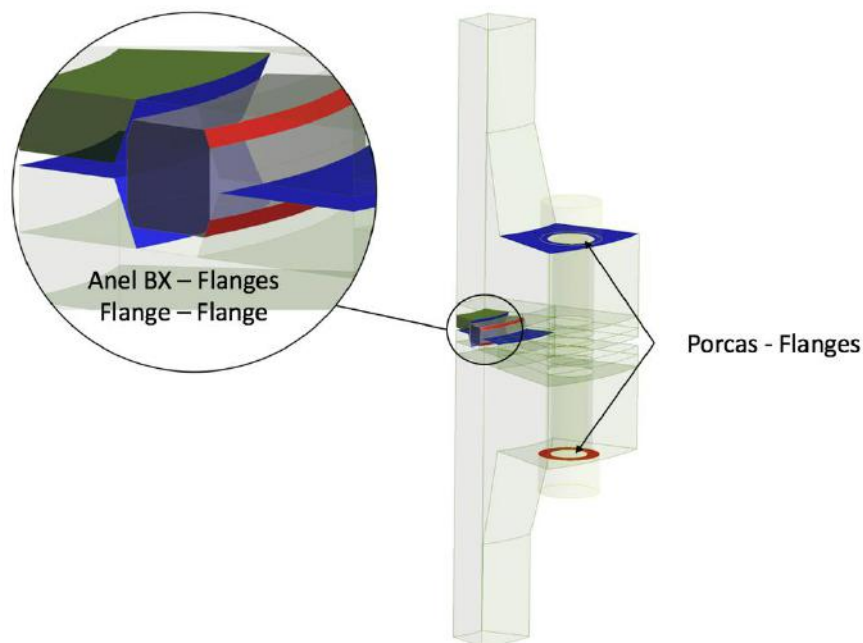


Figura 66 – Superfícies em contacto no modelo numérico.

5.3.5.5 – Condições de contorno e de carregamento

De forma a diminuir o esforço computacional e para otimizar a análise, foi usada a técnica de simetria com o intuito de simplificar o modelo. Verificando-se as condições geométricas e de carregamento, é possível modelar apenas 1/12 da geometria total da conexão flangeada. Nos dois planos de simetria, a translação é restrita na direção perpendicular ao plano e a rotação é restrita nas outras duas direções.

Na face interna do flange, faces de contacto entre flanges, e faces do canal de vedação, foi aplicada pressão na direcção perpendicular, $P_{Interna}$. Na extremidade de um dos flanges é aplicado um suporte fixo restringindo todos os graus de liberdade, enquanto que na extremidade oposta é aplicada uma força na direção Y , $F_{Tração}$. Devido ao efeito de fundo, a pressão interna origina uma força na direção Y , $F_{Tração(P_{Interna})}$, que é proporcional à área da secção interna do tubo do flange ($F_{Tração(P_{Interna})} = P_{Interna} \times \frac{\pi}{4} \cdot d_{Interno}^2$). O estojo é sujeito a uma pré-carga F_0 , correspondente a 60% do limite de escoamento do material do estojo. A Tabela 7 apresenta os valores das condições de carregamento. Os valores de força de tração apresentados na Tabela 7 correspondem à carga total do

problema, a carga aplicada modelo numérico é igual a 1/16 da carga apresentada. A Figura 67 esquematiza as condições de contorno e de carregamento do modelo numérico.

Tabela 7 – Condições de carregamento.

$F_{Tração\ Máx.} (kN)$	$F_{Tração(P_{Interna})} (kN)$	$P_{Interna} (MPa)$	$F_0 (kN)$
< 5200	1257,7	68,95	418,68

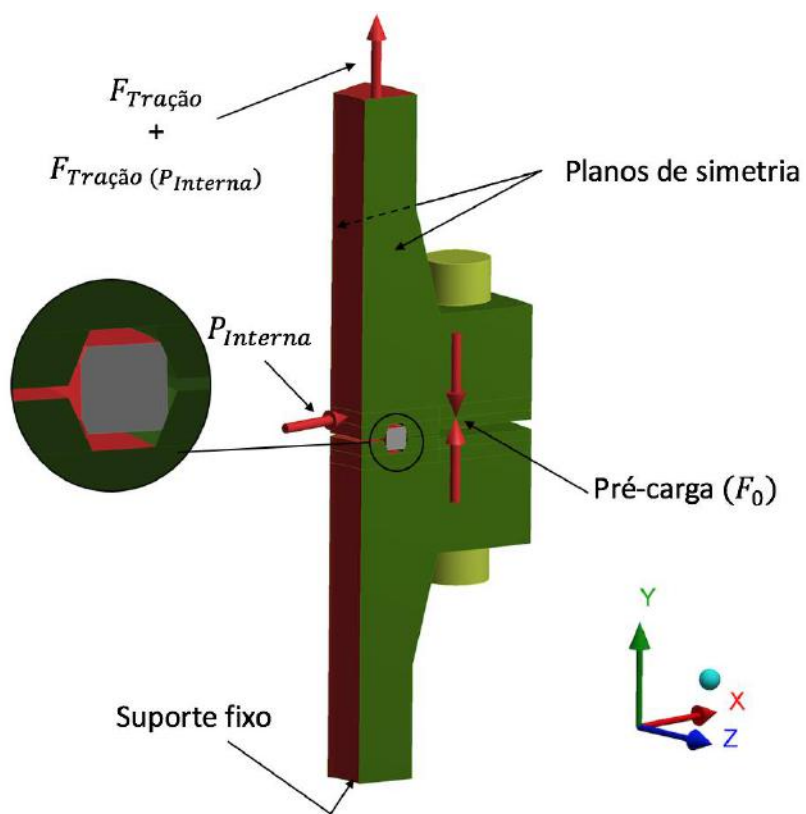


Figura 67 – Condições de contorno e carregamento do modelo numérico.

5.3.5.6 – Malha na ponta da trinca e malha global

Nas análises numéricas elasto-plásticas é necessário tomar alguns cuidados com a malha, não só nas regiões que contêm trincas como também nas regiões onde ocorre deformação plástica. De outra forma, a deformação plástica global e os parâmetros da mecânica da fratura como a integral J poderão ser subestimados [56].

- **Malha na ponta da trinca**

Como já mencionado na seção 4.3.2, não há uma necessidade de utilização de malhas extremamente refinadas na ponta da trinca quando o método da extensão virtual da trinca (VCE) é usado, uma vez que o valor de J é um somatório de todos os elementos do contorno considerado mesmo que este esteja afastado da singularidade.

Para trincas estacionárias, é bastante eficaz usar uma malha polar com refinamento concêntrico ao redor da ponta da trinca de forma a calcular com precisão as tensões e deformações [56]. Os elementos na ponta da trinca foram concentrados em forma de “ventoinha” em um toróide ao longo de toda a frente da trinca, conforme ilustrado na Figura 68. Ao longo de toda a ponta da trinca, foram utilizados elementos hexaédricos colapsados com 20 nós com singularidade do tipo $1/r$.

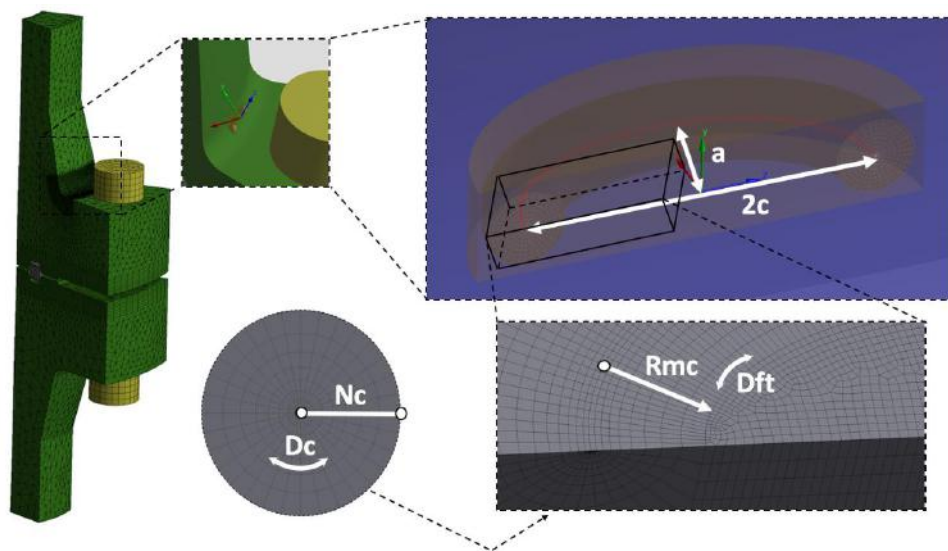


Figura 68 – Parâmetros utilizados para definir a malha na ponta da trinca.

A Figura 68 mostra quatro parâmetros utilizados para definir o tamanho e quantidade de elementos na região da trinca. Segue a descrição de cada parâmetro:

- Dc - Divisões circulares (ao longo da “ventoinha”);
- Nc – Número de contornos;
- Rmc – Raio do maior contorno;
- Dft – Divisões na frente da trinca (ao longo do toróide).

Os menores elementos na ponta da trinca devem ter um tamanho L consideravelmente menor que o tamanho da trinca a . De forma a produzir uma distribuição angular apropriada, um numero suficiente de elementos devem ser usados ao longo do todo o circulo da “ventoinha”. Desta forma, de acordo com a referencia [56], as seguintes relações deverão ser observadas:

- Tamanho dos elementos na ponta da trinca: $L < a/100 \dots a/20$;
- Divisões circulares: $Dc > 6$

A Tabela 8 apresenta a definição da malha utilizada na ponta da trinca para os modelos da conexão flangeada. Na região da trinca foram utilizados aproximadamente entre 8 e 28 mil elementos dependendo do tamanho da trinca a .

Tabela 8 – Definição da malha na ponta da trinca de acordo com os parâmetros da Figura 68.

a (mm)	Rmc (mm)	Nc	Dc	Dft	a/L
< 5	1	8	32	32 a 75	> 30
≥ 5	2			110	> 100

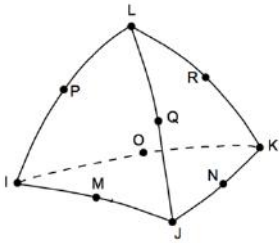
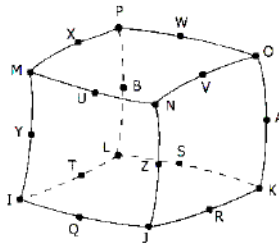
A integral J foi calculada em toda a frente da trinca, utilizando os oito contornos ao redor da ponta da trinca. O valor considerado para montar as curvas de J_{Appl} , foi o valor do contorno mais externo e o máximo ao longo de toda a frente da trinca.

- **Malha global**

O procedimento para incluir uma trinca em um modelo 3D usando o software comercial utilizado neste trabalho (ANSYS®), requer que na região onde a trinca é modelada devem ser usados elementos tetraedricos quadraticos [80]. Desta forma, além da região que contem a trinca (descrita na seção anterior), a malha do modelo da conexão flangedas possui elementos tetraedricos e hexaedricos conforme Figura 69. A Tabela 9 apresenta as características deste tipo de elementos.

Por razões de facilidade de convergência, na região de contato entre o anel metálico e o canal do flange foi utilizada uma malha hexaedrica mapeada e revolucionada na direção circunferencial. Elementos hexaedricos foram também utilizados nas porcas e no estojo, ver detalhes da Figura 69.

Tabela 9 – Características dos elementos utilizados na malha global do modelo.

Designação do elemento	Forma	Geometria
<p>SOLID 187 (ANSYS®)</p> <p><i>3D Solid 10 Nodes Structural Solid</i></p>	Tetraédrica	
<p>SOLID 186 (ANSYS®)</p> <p><i>3D Solid 20 Nodes Structural Solid</i></p>	Hexaédrica	

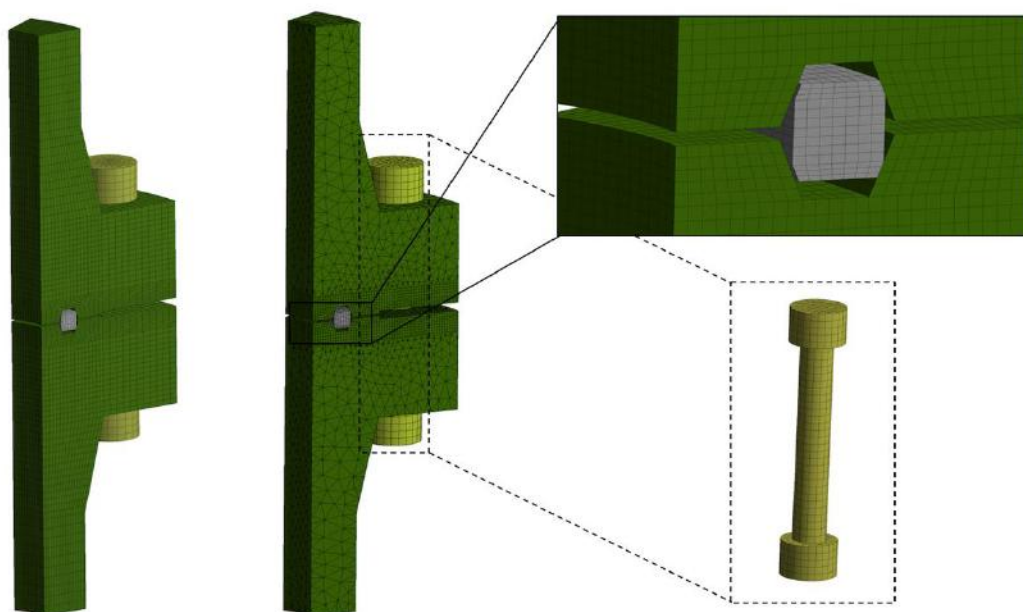


Figura 69 – Malha global do modelo numérico. À esquerda o modelo unicamente com elementos hexaédricos e à direita modelo com elementos hexaédricos e tetraédricos.

O modelo numérico da conexão flangeada foi simulado usando as duas malhas representados na Figura 69, e o resultado obtido em termos de tensão e deformação foi praticamente igual. O modelo numérico que contém elementos tetraedricos e hexaedricos foi o modelo utilizado no estudo deste trabalho, pela razão apresentada anteriormente. De forma a verificar a qualidade dos elementos foi utilizado o Jacobiano como controle de malha. Tipicamente os controles medem o quão próximo um elemento é da sua forma ideal (elemento equilátero ou equiangular). O Jacobiano é a medida do desvio de um dado elemento relativamente à sua forma ideal, podendo variar de 1 (forma perfeita) até -1 (valores do Jacobiano menores que 0 significam que o elemento tem uma forma concava, e são de todo evitáveis). A verificação é feita mapeando um elemento ideal nas coordenadas paramétricas para o elemento atual definido nas coordenadas globais (ver seção 4.2.2). O determinante de um Jacobiano relaciona o alongamento global do espaço paramétrico necessário para se encaixar no espaço das coordenadas globais [58]. As malhas utilizadas neste trabalho apresentam um Jacobiano médio maior que 0.95 para todos os modelos simulados. Foram utilizados aproximadamente entre 125 e 143 mil elementos e entre 46 e 417 mil nós nos modelos deste trabalho.

Capítulo 6 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

O principal objetivo deste trabalho foi a obtenção, através de análises numéricas, de curvas de J_{Apli} para uma conexão flangeada de duto flexível, de forma a avaliar a sua instabilidade do ponto de vista da mecânica da fratura através de diagramas de força motriz para a propagação de trinca (CDFD). Para atingir tal objetivo, cinco etapas foram realizadas de forma a obter uma resposta robusta:

- Obtenção experimental de curvas de resistência J_R para o material de estudo;
- Representação numérica do material de estudo à luz da mecânica da fratura através de corpos de prova compactos C(T);
- Análise de convergência de malha dos elementos nos contornos da trinca e análise de modelos numéricos preliminares para obtenção de J em trincas semi-elípticas;
- Avaliação do colapso plástico da conexão flangeada de forma a obter as cargas limites para este modo de falha;
- Obtenção de curvas J_{Apli} para o modelo da conexão flangeada e comparação com as curvas de resistência J_R para o material de estudo. Ou seja, avaliação da integridade estrutural mediante diagramas de força motriz para a propagação de trincas (CDFD).

As curvas de resistência e os valores de tenacidade à fratura obtidos experimentalmente para o material de estudo deste trabalho, serão apresentados neste capítulo. A representação numérica do material à luz da mecânica da fratura, através do corpo C(T), será também apresentada e os resultados obtidos serão comparados com os resultados experimentais.

A avaliação numérica de J em trincas semi-elípticas será discutida posteriormente através dos modelos preliminares estudados, onde são realizadas comparações das curvas carregamento externo *versus* J , entre os modelos simulados e resultados da literatura.

Por fim, é avaliada a integridade estrutural da conexão flangeada pré-trincada do ponto de vista do colapso plástico e da mecânica da fratura. A avaliação é feita através de diagramas de força motriz para a propagação de trinca (CDFD) e curvas de tensão linearizada, comparadas com curvas de resistência J_R e com a tensão de escoamento, respectivamente.

6.1 – CORPOS DE PROVA C(T)

6.1.1 – Curvas P-CMOD

A Figura 70 mostra os registos de carga *versus* deslocamento da boca da trinca (CMOD) do ensaio dos corpos de prova CP3, CP5 e CP6. Os registos apresentam os ciclos de descarga e recarga típicos do método das descargas parciais, apresentando curvas sem descontinuidades. Os corpos de prova, CP1, CP2 e CP4, apresentaram comportamento similar ao CP3. Os registos podem ser observados no Anexo 2.

O ensaio do CP3 foi interrompido propositalmente quando o CMOD estava perto de 10mm, pois o registo obtido já era suficiente para a próxima fase que seria a construção das curvas J_{Apli} . O mesmo aconteceu com os restantes corpos de prova testados a temperatura ambiente. Os ensaios à baixa temperatura, CP5 e CP6, foram interrompidos imediatamente após as instabilidades nos registos devido à propagação instável das trincas. Os pontos na Figura 70 com a marcação (x) representam o ponto de instabilidade das trincas.

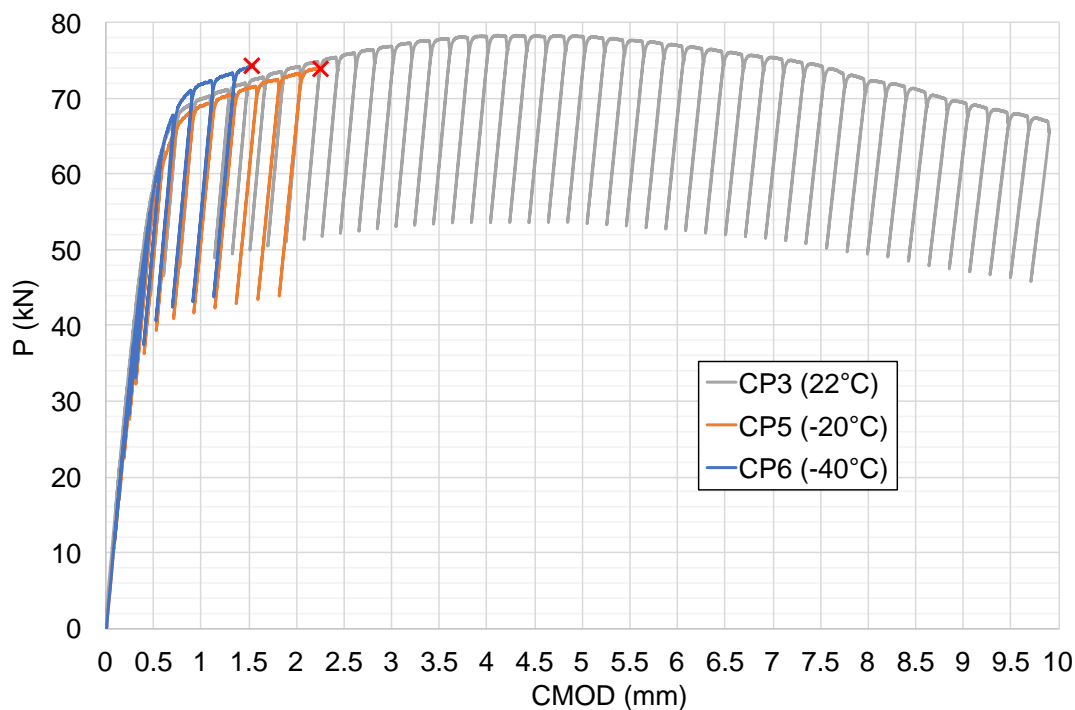
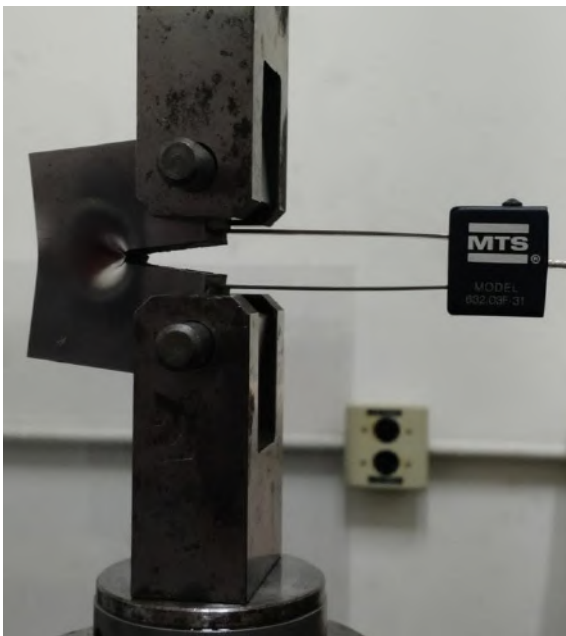


Figura 70 – Curvas CMOD *versus* P para diferentes temperaturas.

A Figura 71 apresenta os corpos de prova CP3 e CP6 durante os ensaios e a Figura 72 apresenta o aspecto geral dos corpos de prova após o ensaio e retirada da máquina servo-hidráulica. É evidente o maior tamanho do deslocamento da ponta da trinca no CP3 em comparação com o CP6, como já foi possível concluir através da Figura 70. Os registos carga *versus* deslocamento da linha de força (LLD) também foram obtidos. Optou-se por não apresentar estes registos por serem bastante similares e com as mesmas tendências que os registos CMOD *versus* P.



CP3 (23°C)



CP6 (-40°C)

Figura 71 – Corpos de prova C(T) durante ensaio.



CP3 (23°C)



CP6 (-40°C)

Figura 72 – Aspecto dos corpos de prova C(T) após a conclusão dos ensaios.

6.1.2 – Curvas de resistência J - R

Através dos registros P-LLD e P-CMOD, foram determinados os valores de J e os valores de propagação de trinca obtidos em cada descarga, conforme descrito na seção 5.2.3 sendo, então, possível construir as curvas J versus Δa para os corpos de prova ensaiados à temperatura ambiente. Essas curvas são apresentadas na Figura 73.

É possível observar que os quatro ensaios apresentaram curvas bastante semelhantes, o que mostra uma repetibilidade no procedimento experimental e uma uniformidade das propriedades de tenacidade ao longo do material utilizado.

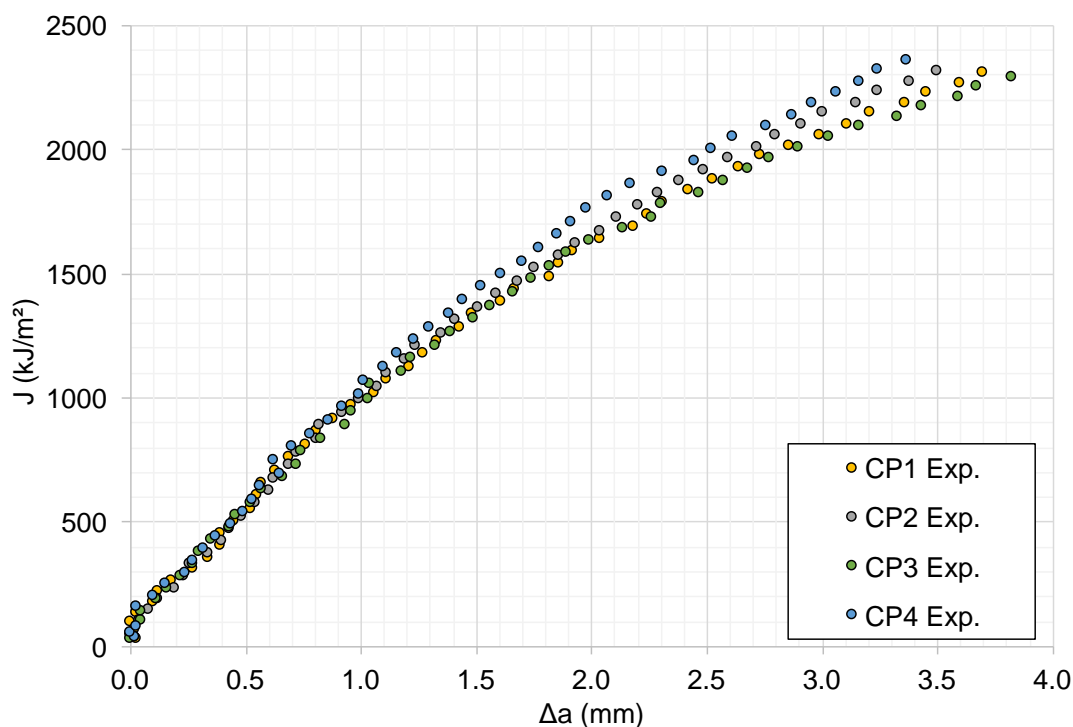


Figura 73 – Curvas J versus Δa obtidas pelo método das descargas parciais para os quatro corpos de prova ensaiados à temperatura ambiente.

Não foi possível construir as curvas J versus Δa para os ensaios à baixa temperatura por não haver pontos suficientes na região de qualificação de acordo com a norma ASTM E1820 [23].

6.1.3 – Valores de tenacidade à fratura

6.1.3.1 – Valores de J_{IC} para os ensaios a temperatura ambiente (22°C)

A partir das curvas experimentais obtidas para os ensaios à temperatura ambiente conforme Figura 73, começou-se por corrigir os valores negativos de Δa . A correção foi feita utilizando uma técnica baseada na linha de embotamento, conforme [52]. Após traçar a linha de embotamento de acordo com a equação (81), os pontos J versus Δa foram deslocados para a direita no eixo das abcissas, ou seja, no eixo Δa . Este deslocamento continuou até o ponto mais negativo cruzar a linha de embotamento. O crescimento aparentemente negativo de trinca foi também verificado por outros autores em corpos de prova de aço de alta resistência [82].

Com as curvas corrigidas, e a partir dos pontos contidos na região de qualificação, foi possível criar regressões lineares utilizando leis de potência conforme indica a norma ASTM E1820 [23]. O resultado final dessas regressões encontra-se na Figura 74. Na mesma figura foi incluída uma linha paralela à linha de embotamento deslocada de 0.2mm da abcissa, calculada a partir da equação (81) e considerando as propriedades mecânicas de acordo com a Tabela 2. De acordo com a norma ASTM E1820 [23], o ponto de intercepção entre as curvas de regressão utilizando leis de potência, e a linha paralela à linha de embotamento, determina o candidato a valor de iniciação, J_Q . Se os critérios de qualificação propostos pela norma forem atendidos, $J_Q = J_{IC}$ e fica definido a tenacidade do material. Os critérios de qualificação foram atendidos para os quatro corpos de prova, definindo-se, assim, a tenacidade à fratura do material. A Tabela 10 apresenta os valores de J_{IC} , assim como as constantes das leis de potência dos ajustes das curvas de acordo com a equação (83).

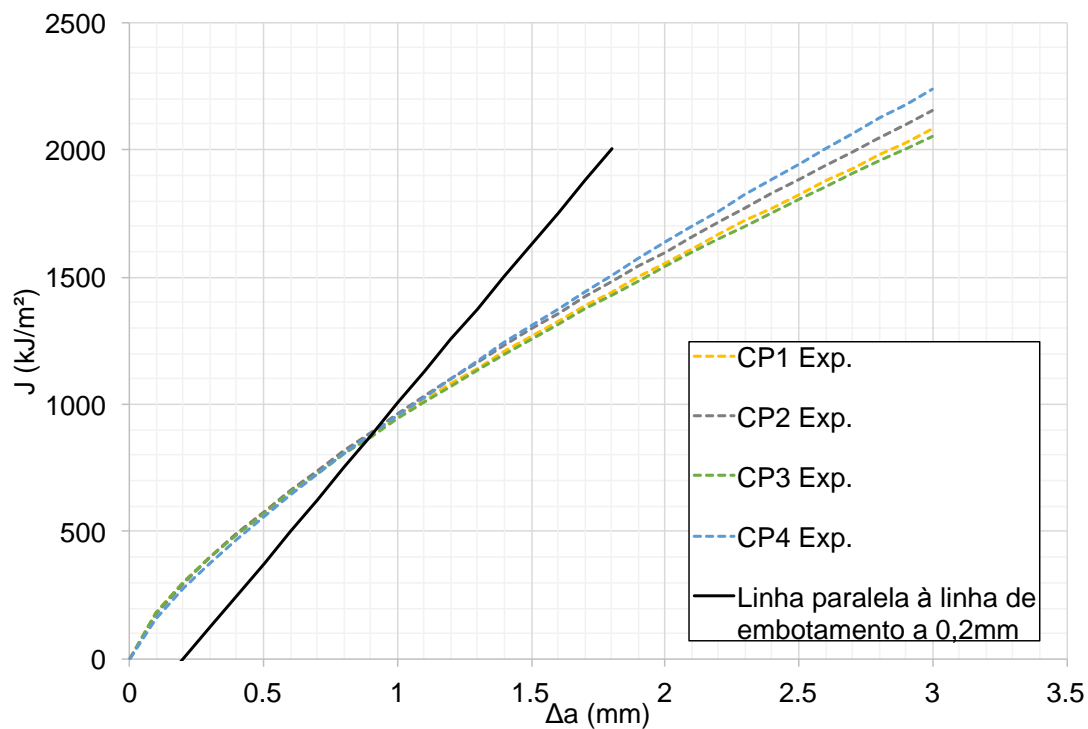


Figura 74 – Ajuste das curvas J versus Δa conforme ASTM E1820 [23].

Tabela 10 – Parâmetro de fratura J_{IC} e constante das leis de potência dos ajustes das curvas da Figura 74.

Corpo de prova	J_{IC} (kJ/m ²)	C_1	C_2
1	882	948	0.715
2	912	963	0.732
3	868	941	0.711
4	890	956	0.774

6.1.3.2 – Valores de J_c e J_u para os ensaios a baixa temperatura

Como foi mencionado anteriormente, nos ensaios realizados a baixa temperatura não foi possível construir as curvas J versus Δa , pois os critérios de pontos mínimos na região de qualificação não foram atendidos segundo a norma ASTM E1820 [23]. Os ensaios foram interrompidos imediatamente após as instabilidades. Dessa forma, foram calculados os valores de tenacidade à fratura no ponto de instabilidade de forma a caracterizar a fratura dos corpos de prova à baixa temperatura. Para ambos os corpos de prova ensaiados à baixa temperatura foi calculado o candidato J_Q e anotado o crescimento de trinca, ambos no ponto de instabilidade. A Tabela 11 apresenta os valores obtidos.

Tabela 11 – Parâmetro de fratura no ponto de instabilidade (J_c e J_u).

Corpo de prova	T (°C)	Δa	J_Q (kJ/m ²)	
5	-20	1	J_u	504
6	-40	0.2	J_c	339

O tipo de instabilidade foi então definido de acordo com a norma ASTM E1820 [23]. Comparando Δa de cada CP com o resultado da expressão (86), verifica-se que no CP5 a instabilidade ocorreu depois de um crescimento estável da trinca de 0,2 mm, sendo $J_Q = J_u$ e para o CP6, a instabilidade ocorreu antes de um crescimento estável da trinca de 0,2 mm, sendo $J_Q = J_c$.

6.1.4 – Representação numérica do corpo de prova C(T) para o cálculo de J

A Figura 75 apresenta a distribuição da tensão máxima principal no plano central do corpo de prova para dois valores de LLD. As figuras ilustram uma evolução da distribuição de tensões na ponta da trinca, evidenciando uma deformação plástica nesta região. A zona demarcada a vermelho apresenta resultados de tensão acima da tensão de escoamento do material. Como se pode observar, principalmente para LLD=0,5mm, existe uma região

significativa de deformação plástica na região da ponta trinca, determinando assim a necessidade da avaliação utilizando a MFEP.

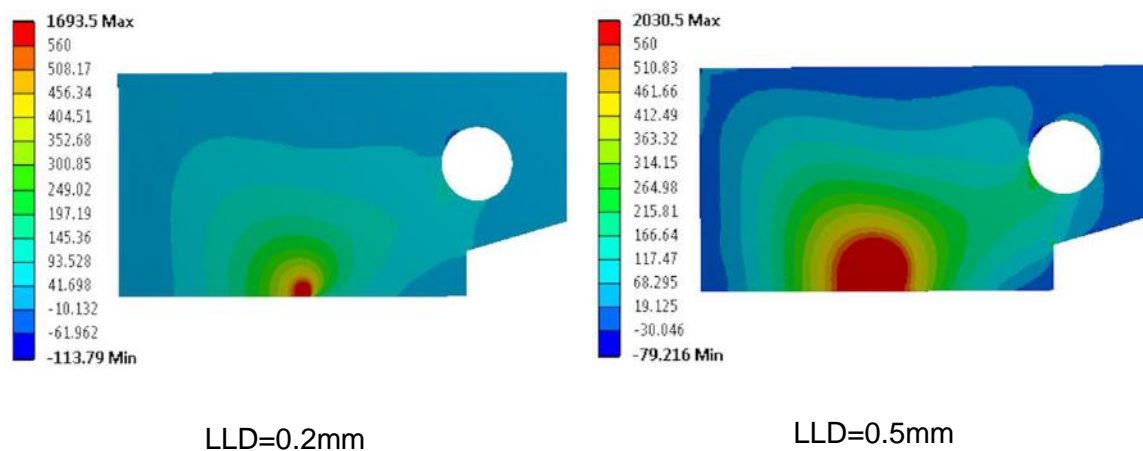


Figura 75 – Evolução da tensão máxima principal no plano central do corpo C(T), resultados em MPa.

O estudo de convergência de malha teve como parâmetro de controle J , calculado a partir da aplicação do método VCE. Uma vez que J é proveniente de integrais dos campos de tensões e deformações elastoplásticas na região singular, ou seja, na região da ponta da trinca, entende-se que a calibração de J é suficiente para obter uma boa acurácia das tensões e deformações. Os resultados numéricos obtidos foram comparados com os resultados experimentais. Por não ser conhecida a curva tensão deformação do material usado, não foi possível comparar os resultados numéricos com resultados teóricos previstos na literatura. A Tabela 12 apresenta as características dos modelos utilizados no estudo de convergência de malha do corpo C(T). A Figura 61 descreve cada um desses parâmetros.

Para cada um dos 8 modelos do estudo, os resultados da análise de convergência de malha apresentam 10 resultados de J , um para cada integração no contorno dos elementos ao redor da trinca do modelo do corpo C(T). A Figura 76 apresenta os resultados obtidos para dois deslocamentos na ponta da trinca diferentes, 0.2mm e 1mm.

Tabela 12 – Modelos utilizados para estudo de sensibilidade da malha (ver Figura 61).

Modelo	R1 (mm)	R1/R2	Nesp	Contornos
1	0.125	0.5	7	10
2			14	
3			28	
4			46	
5		0.33	7	
6			14	
7		0.25	7	
8			14	

O valor numérico de J tende a convergir à medida que aumenta o número de contornos. A partir do quarto contorno, os valores de J já são praticamente constantes até o último contorno. Todos os modelos do estudo apresentaram esse mesmo comportamento concluindo-se, assim, que o uso do modelo numérico com menos elementos (Modelo 1), ou seja, menos refinado, é suficiente para descrever o comportamento do material com o benefício de diminuir o custo computacional da análise, uma vez que os resultados apresentam uma boa coerência com o resultado experimental.

A Figura 77 apresenta a evolução LLD versus J , comparando os resultados numéricos e experimentais. Os resultados obtidos são bastante similares entre as duas metodologias. A forma da curva LLD versus J apresenta uma dependência quadrática com a LLD no regime elástico e uma dependência linear no regime plástico, conforme foi verificado nas várias por vários autores (ver secção 4.3.3).

Verifica-se através das análises anteriores que o método VCE é pouco influenciado pela malha na ponta da trinca, e que utilização de uma malha pouco refinada é suficiente para obter bons resultados. Conclui-se, então, que o modelo de material proposto representa de forma significativa o comportamento do material de estudo deste trabalho.

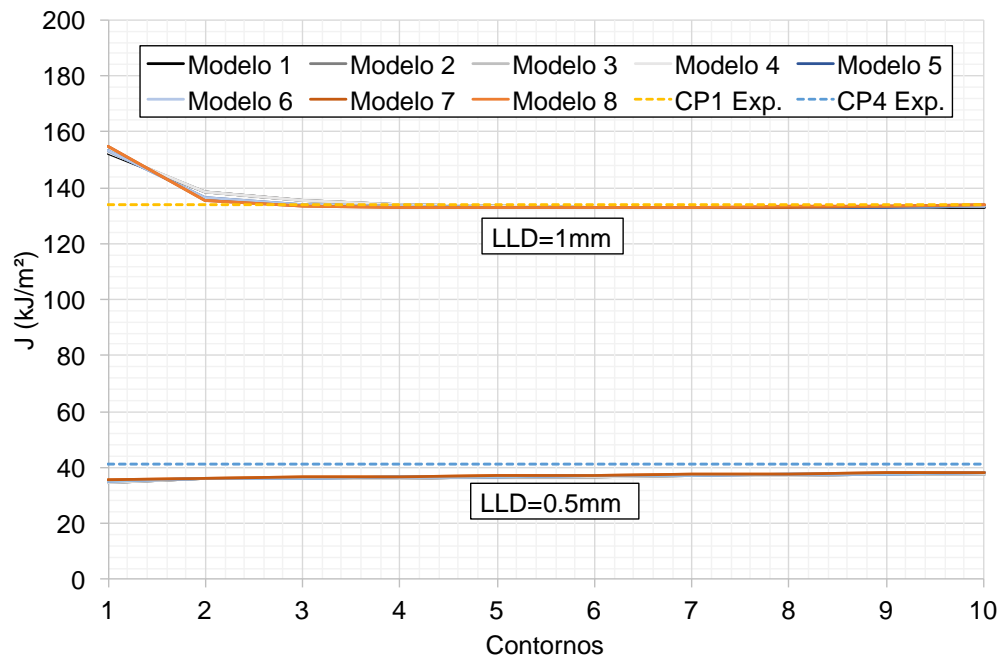


Figura 76 – Resultados da análise de sensibilidade da malha.

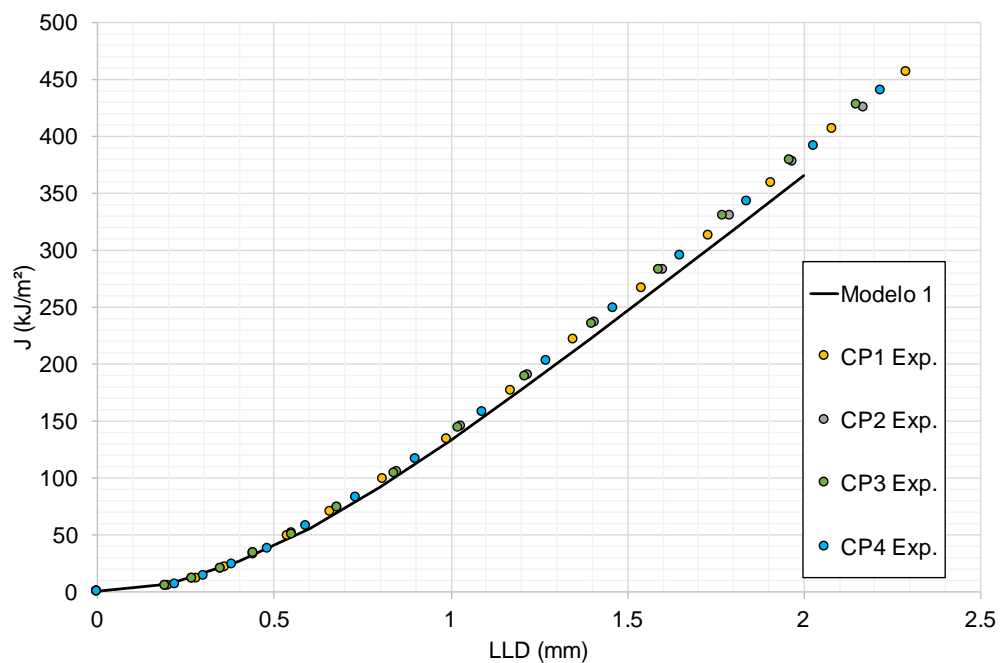


Figura 77 – Evolução LLD versus J para o corpo de prova compacto C(T).

6.2 – MODELOS PRELIMINARES

6.2.1 – Valores de J para tubo pré-trincado com pressão interna

A Figura 78 apresenta a distribuição de J com a pressão interna aplicada em um tubo com uma trinca semi-elíptica na face interna, conforme apresentado na seção 5.3.4.1. É possível observar que a componente elástica de J apresenta resultados bastante similares para a análise numérica realizada neste trabalho, como para a solução analítica do procedimento EPRI [44]. Este resultado já seria esperado uma vez que ambas as metodologias se baseiam na teoria de Irwin para o cálculo da componente elástica.

A componente plástica de J apresentou resultados mais conservadores para a solução analítica do procedimento EPRI quando comparada à análise numérica. A mesma observação foi feita por outros autores [46], mostrando que o procedimento EPRI superestima a componente plástica de J . As funções de forma usadas na componente plástica de J do procedimento EPRI são baseadas em análises numéricas realizadas nos anos 80 do século XX. Nos dias de hoje, os métodos numéricos são bastante mais poderosos e precisos, e esse fato pode explicar o conservadorismo encontrado no procedimento EPRI.

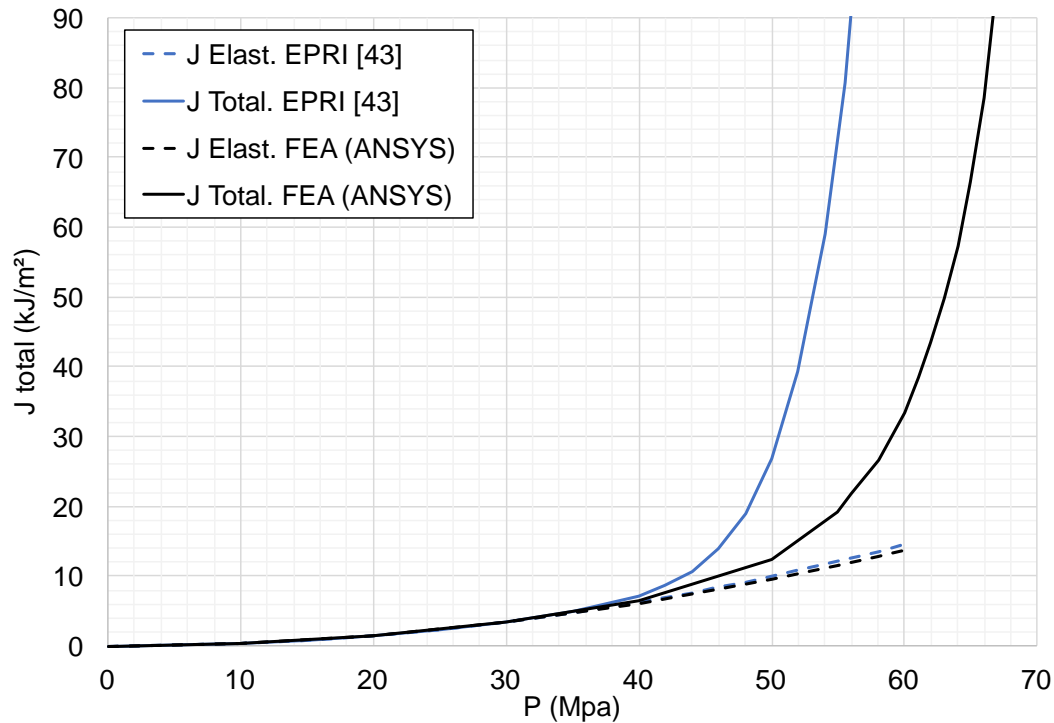


Figura 78 – Pressão interna *versus* J para tubo com trinca semi-elíptica (ver secção 5.3.4.1).

6.2.2 – Valores de J para chapa pré-trincada com tração axial

A Figura 79 apresenta a distribuição de J com a tração axial aplicada em uma chapa com uma trinca semi-elíptica na superfície, conforme apresentado na secção 5.3.4.2.

É possível observar que os resultados obtidos para ambos os modelos numéricos são bastante similares. O modelo proposto pela NASA [76] utiliza o método da integral no domínio para calcular J , que como foi apresentado anteriormente, é matematicamente equivalente ao método VCE. Os resultados obtidos pela NASA [76] foram comparados com resultados experimentais e verificou-se que são suficientemente acurados para fornecer boas soluções para J , conforme se pode observar na Figura 51. Desta forma, pode-se concluir mais uma vez que a metodologia proposta neste trabalho para a modelação de trincas semi-elípticas e cálculo de J fornece resultados robustos.

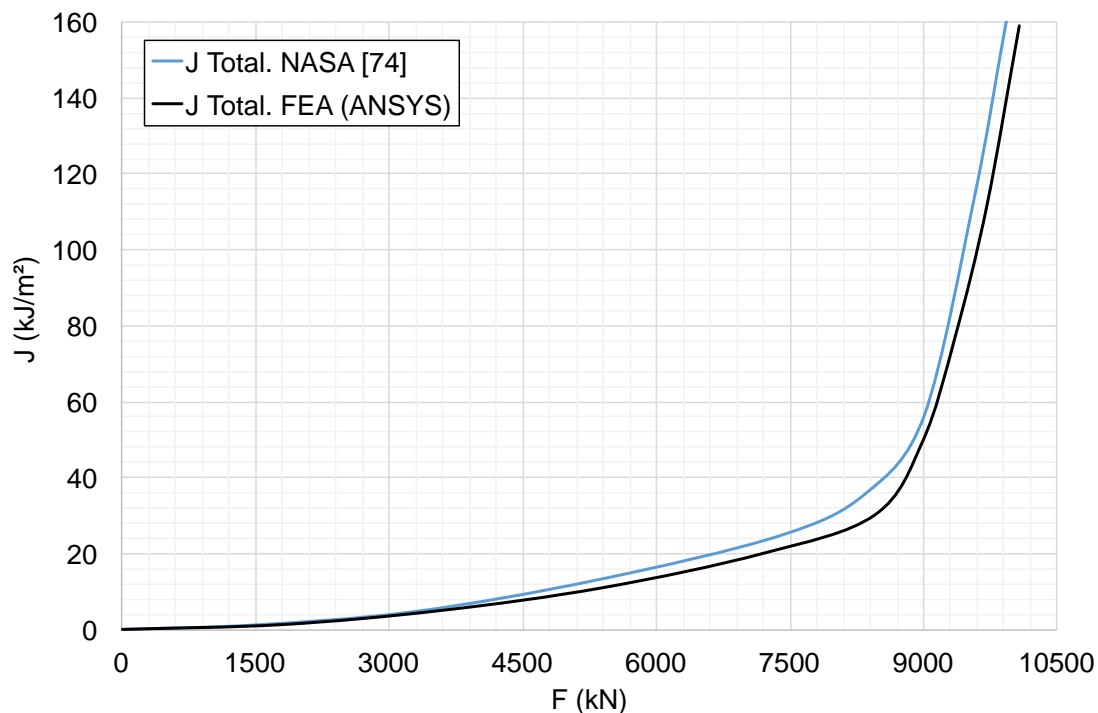


Figura 79 – Força axial *versus* J em chapa com trinca semi-elíptica (ver secção 5.3.4.2).

6.3 – CONEXÃO FLANGEADA PRÉ-TRINCADA

Nesta secção são apresentados os resultados da avaliação da integridade estrutural da conexão flangeada. Em um primeiro momento, foi levantada a capacidade estrutural da conexão flangeada do ponto de vista de colapso plástico de forma a obter os níveis de carregamento externo limite. Posteriormente, com os carregamentos externos limite e as diferentes trincas consideradas neste estudo, foram avaliados os diagramas de força motriz para a propagação de trinca (CDFD).

6.3.1 – Colapso plástico da conexão flangeada pré-trincada

A Figura 80 e Figura 81 apresentam, respectivamente, o resultado de tensões para os modelos com as trincas A e B. É apresentada a distribuição da tensão linearizada no corpo do flange e na secção do estojo *versus* a profundidade da trinca. Optou-se por apresentar nesta secção somente estes dois modelos, pois os restantes apresentaram

resultados similares aos modelos da trinca B. Esses resultados são apresentados no Anexo 3.

Observa-se para todos os modelos estudados que a tensão nos estojos permanece praticamente constante para diferentes comprimentos de trinca e que para uma força axial de 5200 kN, toda a seção circular dos estojos atinge a tensão de escoamento nominal do material do estojo (725 MPa), gerando, desta forma, a falha por colapso plástico da conexão flangeada. Por esta razão, a máxima força aplicada nos modelos foi de 5200 kN.

No modelo da trinca A (Figura 80), observa-se que aproximadamente para uma profundidade de trinca menor ou igual a 20mm, a tensão no flange permanece constante para cada nível de tração. O mesmo acontece para o modelo da trinca B (Figura 81) em todas as profundidades de trincas modeladas, assim como para os modelos da trinca C, D e E. Isto acontece porque até essas profundidades de trinca, a seção mais solicitada do flange não é a que contém a trinca.

Para trincas maiores de 20mm no modelo A (Figura 80), a tensão começa a aumentar com o crescimento da trinca, pois neste caso a seção mais crítica passa a ser a que contém a trinca. Para uma trinca com cerca de 43mm e com uma força axial de 5200 kN, atinge-se a tensão de escoamento nominal mínima de um flange API 75K (517 MPa).

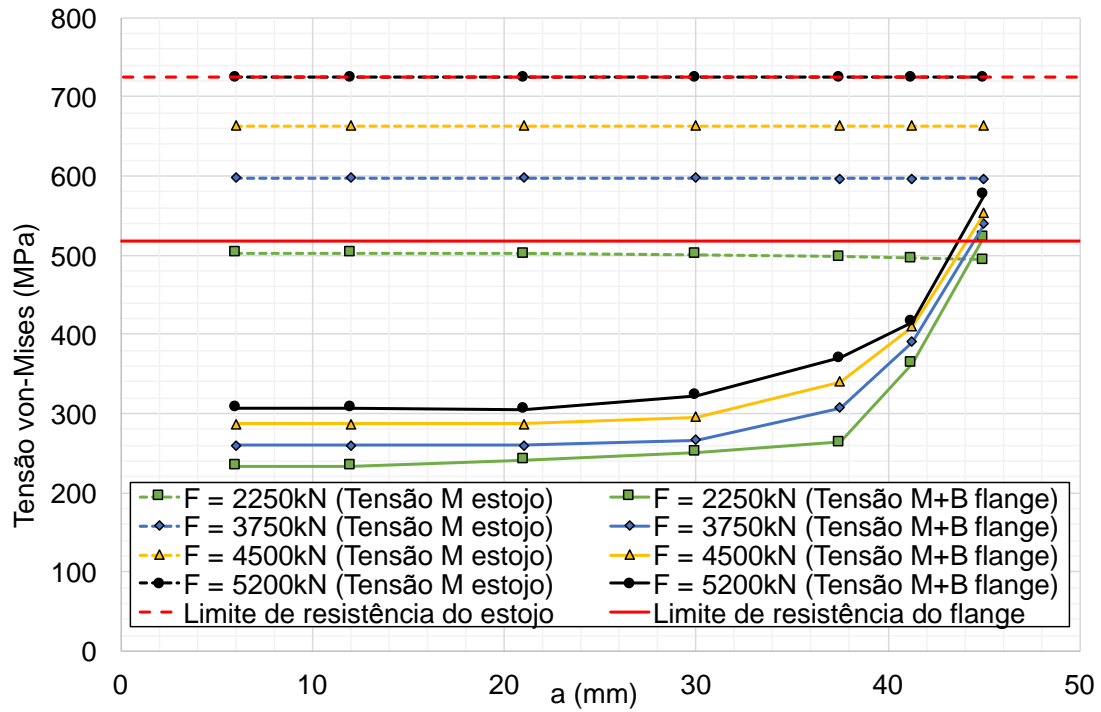


Figura 80 – Tensão no flange e no estojo *versus* profundidade da trinca. Trinca A.

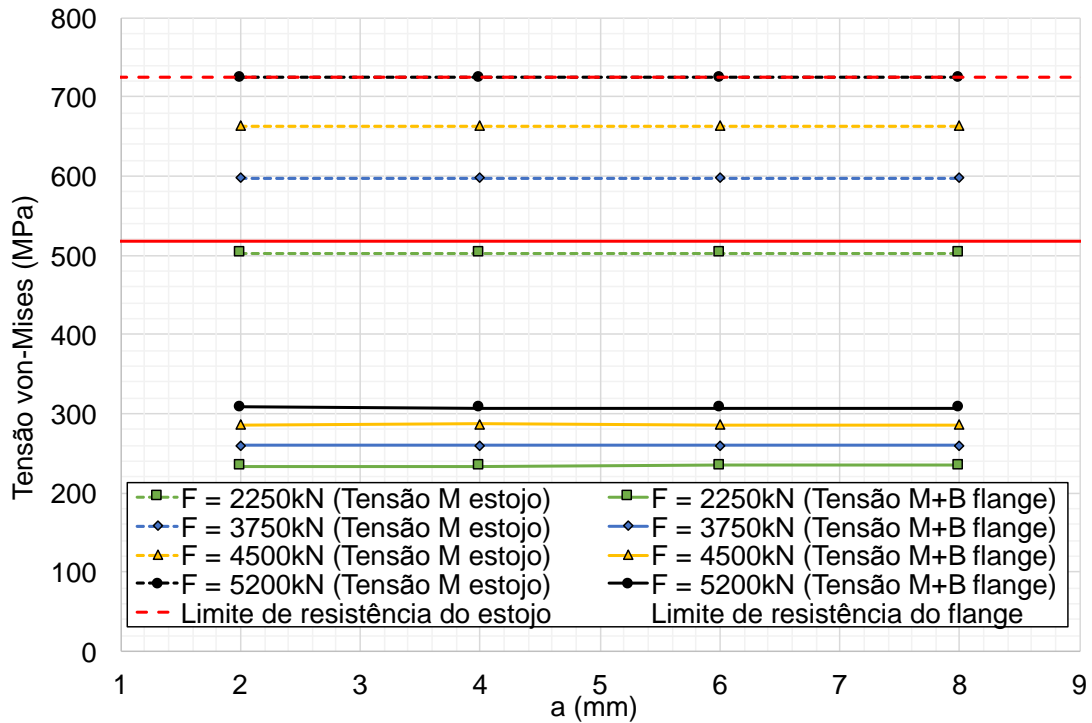


Figura 81 – Tensão no flange e no estojo *versus* profundidade da trinca. Trinca B.

A Figura 82 mostra as tensões linearizadas na conexão flangeada para o modelo da trinca A com profundidade de 30mm e força axial de 5200 kN. Neste caso, a seção que contém a trinca é a mais crítica no corpo do flange, no entanto, ainda longe de atingir a tensão de escoamento, enquanto que a seção do estojo se encontra totalmente plastificada.

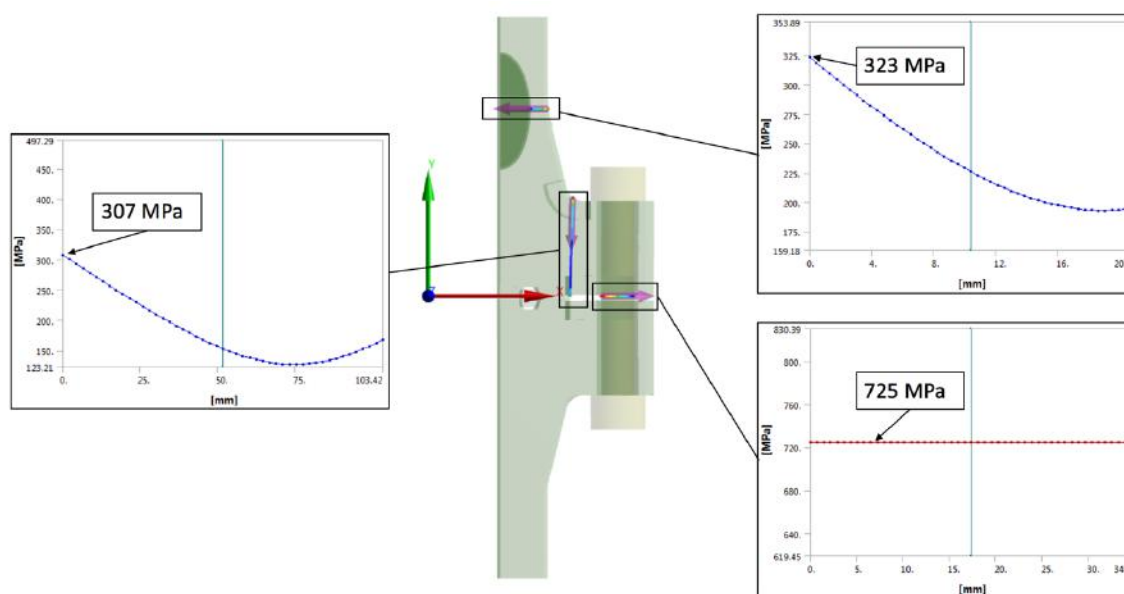


Figura 82 – Tensões linearizadas no estojo e no corpo do flange. Trinca A e $a=30\text{mm}$.

A Figura 83 mostra as tensões na conexão flangeada para o modelo da trinca B com profundidade de 4mm e força axial de 5200 kN. Neste outro caso, a seção mais crítica no corpo do flange é a região com adoçamento e não a que contém a trinca, e da mesma forma, a seção do estojo se encontra totalmente plastificada.

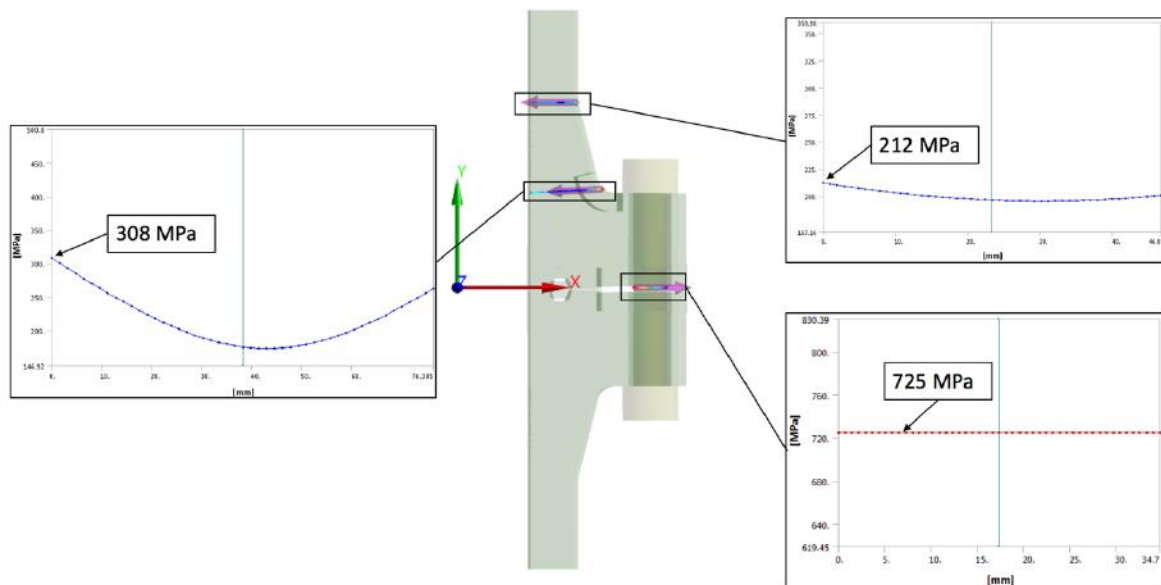


Figura 83 – Tensões linearizadas no estojo e no corpo do flange. Trinca B e $a=4\text{mm}$.

A avaliação da região de vedação da conexão flangeada não foi o foco deste trabalho, contudo, a Figura 84 mostra a pressão de contato nas duas faces externas de vedação do anel metálico tipo BX em dois momentos distintos. O primeiro, quando a força axial e pressão interna são nulas, e o segundo, quando a força axial é 5200 kN e a pressão interna é 68,95 MPa (10000 psi). É possível observar que a pressão de contato é reduzida drasticamente do primeiro para o segundo momento, no entanto, a distribuição sugere que continua existindo vedação, pois é possível verificar linhas de pressão ao longo do anel maiores que a pressão interna aplicada.

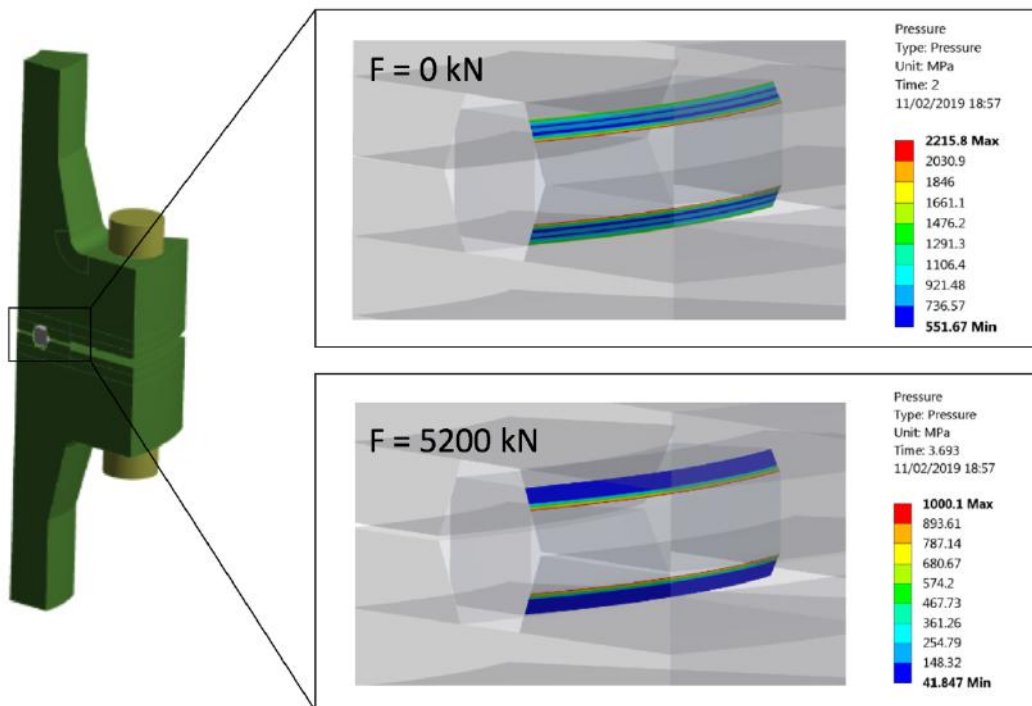


Figura 84 – Distribuição da pressão de contato nas faces de vedação do anel metálico.

6.3.2 – Diagramas de força motriz para a propagação de trinca da conexão flangeada pré-trincada

As curvas J_{Apli} foram construídas para quatro níveis de carregamentos e para os cinco modelos de trinca apresentados na Tabela 6, totalizando 26 modelos numéricos. As curvas obtidas foram comparadas com, a curva de resistência J_R mais conservadora obtida na seção 6.1.3.1 que corresponde ao CP3, e com os valores de J de instabilidade apresentados na seção 6.1.3.2. Desta forma foi possível avaliar a integridade estrutural da conexão flangeada através dos diagramas de força motriz para a propagação de trinca (CDFD).

O valor de J considerado em cada modelo para cada profundidade de trinca e cada valor de força axial é o valor do contorno mais externo e o máximo ao longo de toda a frente da trinca. A Figura 85 apresenta um exemplo de seleção de J para o modelo de trinca C, com profundidade de trinca 7mm, e força axial de 2250 kN.

É possível verificar que o campo de tensão junto da ponta da trinca é totalmente influenciado pela presença da mesma. Na distribuição de J ao longo da frente da trinca, verifica-se que o valor máximo é no centro. A distribuição a vermelho representa a distribuição de J no primeiro contorno enquanto que as distribuições nos outros contornos, encontram-se todas sobrepostas apresentando o valor máximo de 1.38 kJ/m^2 no centro da trinca.

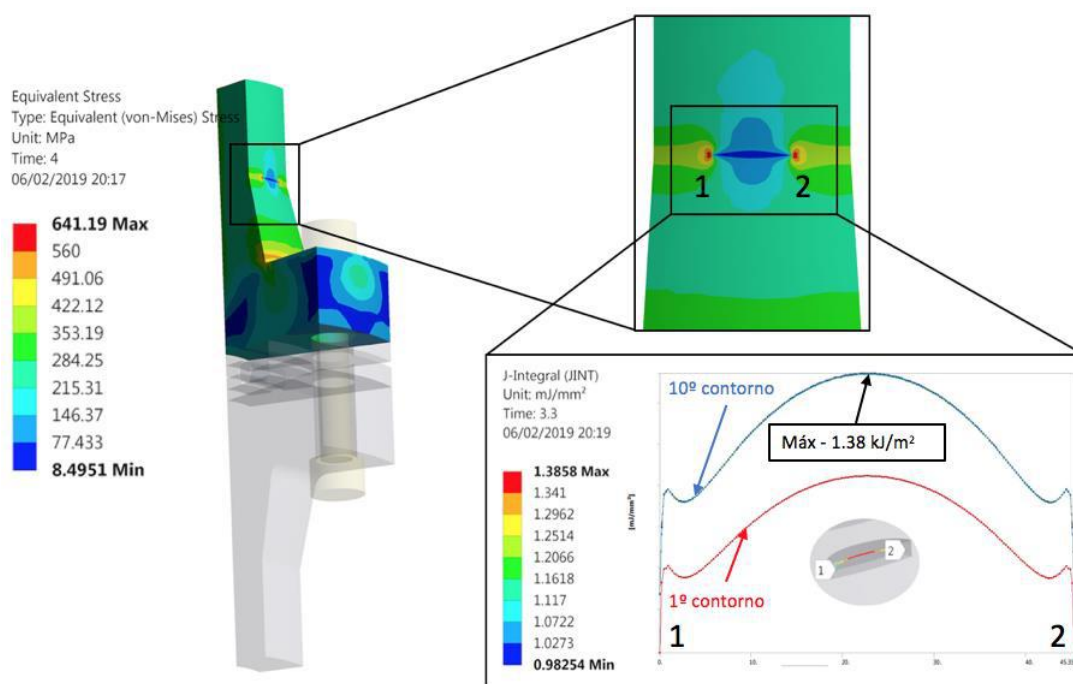


Figura 85 – Integral J para o modelo de trinca C com profundidade de 7mm e força axial

de 2250 kN ($J_{\text{máx}} = 1,38 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^2}$ ou $\frac{\text{N}}{\text{mm}}$)

A Figura 86 apresenta o diagrama de força motriz para a propagação de trinca (CDFD) para o modelo de trinca A. Este foi o modelo de trinca que apresentou o valor de J mais elevado. Foi também aquele que foi possível modelar a maior profundidade de trinca. Observa-se que devido à elevada tenacidade do material, a curva de resistência J_R apresenta um declive praticamente infinito na escala da figura. A curva de resistência foi

posicionada em um comprimento de trinca inicial de 44mm, verificando-se que mesmo aplicando 5200 kN a trinca não apresenta crescimento.

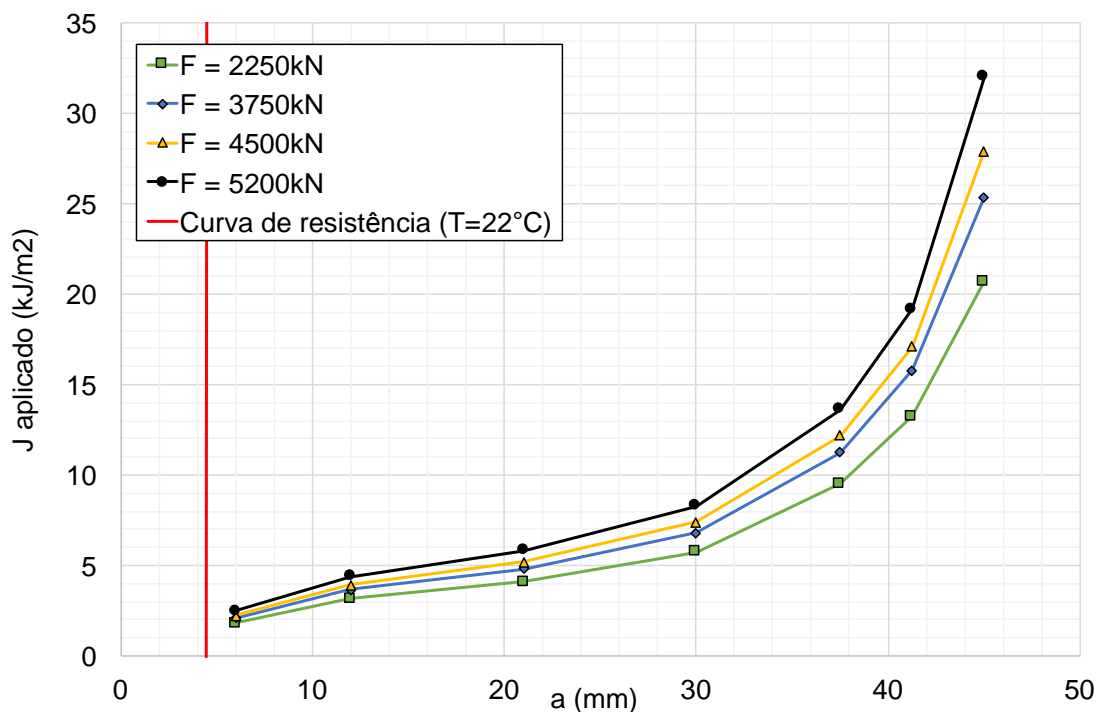


Figura 86 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca A.

A Figura 87 mostra os resultados da figura anterior, mas aumentando a escala das ordenadas. Verifica-se que os valores das curvas J_{Appl} encontram-se bastante distantes dos valores de J de instabilidade, o que se pode concluir que mesmo à baixa temperatura, não ocorre crescimento instável de trinca. Pode, no entanto, haver crescimento estável de trinca, o que só seria possível verificar na posse da curva de resistência a estas temperaturas.

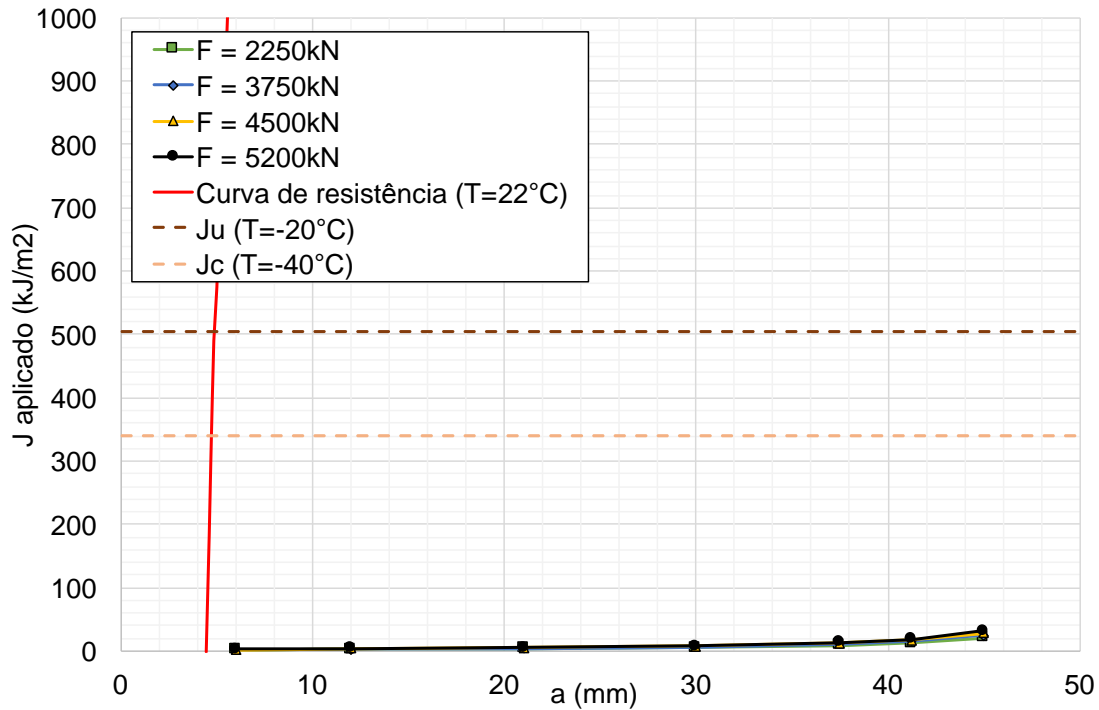


Figura 87 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca A (escala aumentada).

A Figura 88 apresenta o diagrama de força motriz para a propagação de trinca (CDFD) para o modelo de trinca E. Este foi o modelo, que para uma dada profundidade de trinca, apresentou o maior valor de J . A mesma observação feita para o modelo anterior é utilizada para o modelo da trinca E. A curva de resistência foi posicionada em um comprimento de trinca inicial de cerca de 6 mm, verificando-se que mesmo aplicando 5200 kN, a trinca não apresenta crescimento. O mesmo comportamento foi observado para os restantes modelos de trinca. Os diagramas de força motriz para a propagação de trinca para os demais modelos são apresentados no Anexo 4.

É importante ressaltar que uma vez que o modelo é simétrico e só 1/16 da sua geometria é modelado, as trincas modeladas estão replicadas 16 vezes ao redor do eixo da conexão.

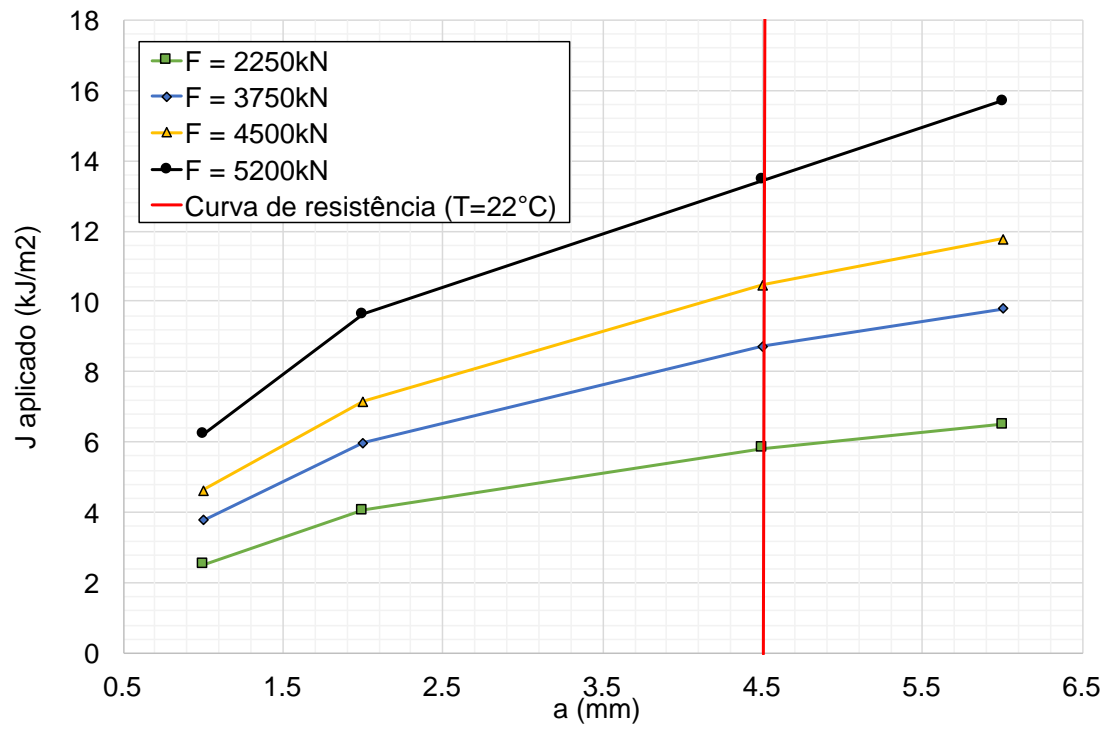


Figura 88 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca E.

Capítulo 7 - CONCLUSÕES

Tendo em vista que o principal objetivo deste trabalho foi avaliar a integridade estrutural da conexão flangeada através de diagramas de força motriz para a propagação de trinca, comparando as curvas de J_{Appl} com a curva de resistência J_R do material. Pode-se, a partir dos resultados e discussões apresentados, concluir que:

- As curvas de resistência J_R obtidas para os ensaios à temperatura ambiente (23°C) através da variação da flexibilidade elástica, usando o método das descargas parciais, apresentaram resultados bastante similares para o material de estudo através dos quatro corpos de prova ensaiados.
- Os valores de tenacidade à fratura para os ensaios à temperatura ambiente foram estimados a partir das curvas de resistência J_R obtidas, e apresentaram um valor médio de $J_{IC} = 888 \pm 29 \text{ kJ/m}^2$ com 95% de confiança.
- Nos ensaios à baixa temperatura observou-se instabilidade das trincas, evidenciando que o material não se encontra mais no limite superior da curva de transição dúctil-frágil;
- Os valores de tenacidade à fratura para os ensaios à baixa temperatura foram estimados a partir dos registos P – LLD no ponto de instabilidade. No ensaio à temperatura de -20°C ocorreu crescimento estável da trinca antes da instabilidade obtendo-se $J_u = 504 \text{ kJ/m}^2$, enquanto que para o ensaio a -40°C, a instabilidade ocorreu antes de um crescimento estável da trinca obtendo-se $J_c = 339 \text{ kJ/m}^2$.
- Verificou-se que o método numérico VCE é pouco influenciado pela malha na ponta da trinca. A utilização de uma malha pouco refinada e a não necessidade de utilizar elementos especiais junto da ponta da trinca é suficiente para obter bons resultados. Observou-se também que a partir do quarto contorno, os resultados de J permanecem praticamente constantes.
- A utilização da curva bi-linear para descrever os incrementos de deformação plástica do material nos modelos numéricos mostrou-se bastante satisfatória, comparando os resultados numéricos e experimentais.

- A evolução LLD *versus* J mostrou-se bastante similar tanto para os resultados numéricos quanto para os resultados experimentais no corpo de prova compacto C(T). A metodologia numérica apresentou a forma da curva esperada para este tipo de evolução, ou seja, J apresentou uma dependência quadrática com a LLD no regime elástico e uma dependência linear no regime plástico.
- No modelo do tubo com trinca semi-elíptica sob pressão interna, verifica-se que o procedimento EPRI [44] superestima a componente plástica de J , como outros autores já haviam verificado. No modelo da chapa com trinca semi-elíptica sob força axial, os resultados obtidos para J entre o modelo numérico deste trabalho e o modelo desenvolvido pela NASA [76], apresentaram resultados bastante similares. Os resultados obtidos a partir dos modelos preliminares permitiram aumentar a confiabilidade do cálculo de J em trincas semi-elípticas.
- Através da análise de linearização de tensões na conexão flangeada, foi possível verificar que o estojo é o elemento fusível do ponto de vista de colapso plástico da conexão. O corpo do flange só passa a ser o fusível quando a trinca A é cerca de 44mm, cenário em que a espessura remanescente é 11% da espessura inicial. Os resultados de pressão de contato na região de vedação do anel metálico sugerem que a vedação se mantém mesmo quando o carregamento máximo é alcançado.
- Apesar das trincas modeladas serem as trincas mais críticas e com localização mais provável, verificou-se a partir dos diagramas de força motriz para a propagação de trinca, que os valores de J_{ApIi} obtidos são bastante inferiores quando comparados com os valores de tenacidade à fratura obtidos para o material de estudo deste trabalho, tanto para temperatura ambiente (22°C) como para baixa temperatura (-40°C).
- É possível concluir através dos diagramas de força motriz para a propagação de trinca a temperatura ambiente que não existe crescimento de trinca para nenhum dos cenários avaliados. Já para as temperaturas baixas estudadas (-20°C e -40°C), não é possível saber se há ou não crescimento estável de trinca, pois não foi possível obter as curvas de resistência J_R para essas temperaturas.

Como sugestão para trabalhos futuros pode-se destacar:

- Estudo do comportamento em fratura dos estojos à baixa temperatura;
- Estudo do possível crescimento de trinca por fadiga na conexão flangeada;
- Estudo fluidodinâmico e térmico do possível vazamento de CO_2 supercrítico na conexão flangeada.

Referências Bibliográficas

- [1] *BP Energy Outlook 2040*, Edition 2018. Disponível em: <https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics/energy-outlook.html>. Acesso em: novembro 2018.
- [2] MORAIS, J.M., 2013, *Petróleo em Águas Profundas – Uma história tecnológica da Petrobras na exploração e produção offshore*. Brasília, Ipea: Petrobras.
- [3] MAHGEREFTEH, H., BROWN, S., ZHANG, P. A., 2010, “Dynamic boundary ductile-fracture propagation model for CO2 pipelines”, *Journal of Pipeline Engineering*, Vol.9 Issue 4, pp. 265-276.
- [4] ALTAN, T., NGAILE, G., SHEN, G., 2004, *Cold and hot forging: fundamentals and applications*. Ohio, ASM International.
- [5] 4 Subsea, Solutions Risers and Flowlines. Disponível em: <https://www.4subsea.com/solutions/flexible-risers/>. Acesso em: novembro 2018.
- [6] BAI, Y., BAI, Q., 2012, *Subsea Engineering Handbook*, 1 ed. Massachusetts, Gulf Professional Publishing.
- [7] API Spec 6A, 2010, “Specification for Wellhead and Christmas Tree Equipment”, 20 ed. Washington, *American Petroleum Institute Publishing Services*.
- [8] API Spec 17D, 2011, “Design and Operation of Subsea Production Systems - Subsea Wellhead and Tree Equipment”, 2 ed. Washington, *American Petroleum Institute Publishing Services*.
- [9] ASME/ANSI B16.5, 2017, “Pipe Flanges and Flanged Fittings NPS ½ Trough NPS 24 Metric/Inch”, New York, *The American Society of Mechanical Engineers*.

- [10] VEIGA, J. C., 2014, *Juntas Industriais*, 7 ed. Rio de Janeiro, Teadit Indústria e Comércio.
- [11] Norsk Olje&Gass, Handbook Flange Work. Disponível em: <https://www.norskoljeoggass.no/globalassets/dokumenter/drift/hc-lekkasjer/handboker/flange-handbook-211217.pdf>. Acesso em: novembro 2018.
- [12] Woodco USA - *Material Chemical Composition*. Disponível em: https://www.woodcousa.com/chemical_composition.htm. Acesso em: novembro 2018.
- [13] ANSARIZADEH, M., DODDS, K., GURPINAR, O., PEKOT, L. J., KALFA U., SAHIN S., UYSAL S., RAMAKRISHNAN T. S., SACUTA N., WHITTAKER S., 2015, *Carbon Dioxide – Challenges and Opportunities*. In: Oilfield Review 27 no.2, Schlumberger.
- [14] XIE Q., TU R., JIANG X., LI K., ZHOU X., 2014, "The leakage behavior of supercritical CO₂ flow in an experimental pipeline system", *Applied Energy*, v. 130 (Out), pp. 574-580.
- [15] MAZZOLDI A., HILL T., COLLS J. J., 2007, "CO₂ transportation for carbon capture and storage: Sublimation of carbon dioxide a dry ice bank", *International Journal of Greenhouse Gas Control*, v. 2-2, pp. 210-218.
- [16] HERTZBERG, R. W., 1996, *Deformation and fracture mechanics of engineering materials*. 1 ed. USA, John Wiley & Sons, Inc.
- [17] GRIFFITH A. A., 1921, "The phenomenon of Rupture and Flow in Solids", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Physical Character*, v. 221, pp.163-198.
- [18] JANSSEN, M., ZUIDEMA, J., WANHILL, R.J.H., 2002, *Fracture Mechanics*. 2 ed. Delft, Delft University Press.
- [19] MEDINA, J. A. H., 2014, *Avaliação de Previsões de Fratura Elastoplástica*, Tese de Doutorado, PUC/RIO, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Disponível em:

http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/Busca_etds.php?strSecao=resultado&nrSeq=24982@1. Acesso em: fevereiro 2018.

- [20] BASTIAN, F.L., CAMINHA, H.M., MORAES M., *Mecânica da Fratura Elasto Plástica*. Apostila de Mecânica da Fratura, capítulo 4, EMM/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [21] BS 5762-79, 1979, "Method for Crack Open Displacement (COD) Testing", British Standards Institution.
- [22] WELLS, A.A., 1961, "Unstable Crack Propagation in Metals Cleavage and Fast Fracture", *Proceedings of the Crack Propagation Symposium*, v. 1, pp. 210-230.
- [23] ASTM E1820, 2001, "Standard Test Method for Measurement for Fracture Toughness", In: *Annual Book of ASTM Standards*, v. 3-1, pp. 1-45, ASTM, Philadelphia.
- [24] GOODIER, J. N., FIELD, F. A., 1963, "Fracture of Solids", *Interscience*, New York, p.103.
- [25] ANDERSON, T.L., 1995, *Fracture Mechanics - Fundamental and Applications*. 3 ed. Florida, CRS Press.
- [26] RICE, J. R., 1968, "A Path Independent Integral and the Approximative Analysis of Strains Concentration by Notches and Cracks", *Journal of Applied Mechanics*, v. 35, pp. 379-386.
- [27] JOYCE, J.A., ZHU, X.K., 2012, "Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization", *Engineering Fracture Mechanics*, v. 85, pp. 1-46.
- [28] HUTCHINSON, J.W., 1968, "Singular Behavior at the End of a Tensile Crack in Hardening Material", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 16, pp.13-31.

- [29] ALMEIDA, H. B., 2016, *Avaliação do Comportamento em Tração e de Parâmetros da Mecânica da Fratura em Laminados Fibra-metal Tipo Glare Via Método dos Elementos Finitos*, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Disponível em: <http://www.metalmat.ufrj.br/index.php/br/pesquisa/producao-academica/-7/2016-2/243--223/file>. Acesso em: fevereiro de 2018.
- [30] LANDES, J.D., BEGLEY, J.A., 1972, "The Influence of Specimen Geometry on J_{1c}, Fracture Toughness", *ASTM STP 514 American Society for Testing and Materials*, pp. 24-39.
- [31] RICE, J. R., PARIS, P.C., MERKLE, J.G., 1973, "Progressing Flaw Growth and Fracture Testing", *ASTM STP 514 American Society for Testing and Materials*, pp. 231-245.
- [32] DŽUGAN, J., VIEHRIG, H.W., 2014, "Application of the normalization method for the determination of J-R curves", *Materials Science and Engineering A* 387-389, pp. 307-311.
- [33] LANDES, J. D., ZHOU, Z., LEE, K., AND HERRERA, R., 1991, "Normalization Method for Developing J-R Curves with the LMN Function", *Journal of Testing and Evaluation*, v. 19-4, pp. 305-311.
- [34] HUTCHINSON, J.W., 1979, *Nonlinear Fracture Mechanics*, Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark, Denmark.
- [35] TRACEY, D.M., 1976, "Finite Element Solutions for Crack Tip Behaviour in Small Scale Yielding", *Journal of Engineering Materials and Technology*, v. 98, pp. 146-151.
- [36] PARIS, P.C., TADA, H., ZAHOR, A. AND ERNST, H., 1979, "The Theory of instability of the Tearing Mode of Elastic Plastic Crack Growth", *ASTM STP 668 American Society for Testing and Materials*, pp. 5-36.

- [37] BUDERKIN, F.M., STONE, D.E.W., 1966, "The Crack Opening Displacement Approach to Fracture Mechanics in Yielding", *Journal of Strain Analysis*, v. 1, pp. 145-153.
- [38] PARIS, P.C., JOHNSON, R.E., 1983, "A method of applications of elastic–plastic fracture mechanics to nuclear vessel analysis", In: *ASTM STP 803 Elastic Plastic Fracture: Second Symposium, American Society for Testing and Materials*, v. 2 pp. 5-40.
- [39] WILKOSWSKI, G., AHMAD, J., BARNES, D., BRUST, F., GHADIALI, N., GUERRERI, D., ET AL., 1987, "Degraded piping program – Phase II progress", *Nuclear Engineering and Design*, v. 98, pp. 195–217.
- [40] GOLEMBIEWSKI, H.J., VASOUKIS, G., 1988, "Influence of material properties and geometry on the limit load behaviour of flawed structures", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, v. 31-2, pp. 131-140.
- [41] BURDEKIN, F.M., 1996, "Development of British and European Standards Related to R6", *Seminar: 20 years of R6*.
- [42] BUDDEN, P.J., SHARPLES, J.K., DOWLING, A.R., 2000, "The R6 procedure: recent developments and comparison with alternative approaches", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, v. 77, pp. 895-903.
- [43] KUMAR, V., GERMAN, M.D., SHIH, C.F., 1981, *An engineering approach for elastic–plastic fracture analysis*, In: Research Project 1237-1 NP-1931 Topical Report, General Electric Company – Electric Power Research Institute, New York.
- [44] ZAHOOR, A., 1989, *Ductile Fracture Handbook*, In: Research Project 1757-69 NP-6301, Electric Power Research Institute, Nuclear Power Division, California.
- [45] ZERBST, U., SCHÖDEL, M., WEBSTER, S., AINSWORTH, R., 2007, *Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks: A*

Workbook based on the European SINTAP/FITNET Procedure, 1 ed. Academic Press.

- [46] CHATTOPADHYAY, J., 2006, "Improved J and COD estimation by GE/EPRI method in elastic to fully plastic transition zone", *Engineering Fracture Mechanics*, v. 73, pp. 1959-1979.
- [47] YUN-JAE, K., NAM-SU H., YOUNG-JIN K., YOUNG-HWAN C., JUN-SEOK Y., 2004, "On relevant Ramberg-Osgood fit to engineering no-linear fracture mechanics analysis", *Journal of Pressure Vessel Technology*, v. 126-3, pp. 277-283.
- [48] GORROCHATEGUI, I., M.A. GONZÁLEZ-POSADA, F., GUTIÉRREZ-SOLANA, F., 2006, "On the structural integrity assessment of elastic-plastic redundant cracked structures", *Engineering Fracture Mechanics*, v. 73-17, pp. 2710-2722.
- [49] BANNISTER, A. C., 1999, *Structural Integrity Assessment Procedure for European Industry*, In: SINTAP BRITE-EURAM Project BRPR-CT95-0024, British Steel, United Kingdom.
- [50] KUMAS, V., GERMAN M.D., SHIH C.F., 1983, "Elastic-Plastic and Fully Plastic Analysis of Crack Initiation, Stable Growth, and Instability in Flawed Cylinders", In: *ASTM STP 803 Elastic Plastic Fracture: Second Symposium*, American Society for Testing and Materials, v. 1, pp. 306-353.
- [51] KOÇAK M., 2007, "FITNET Fitness-for-Service Procedure: An Overview", In: *Welding in the World*, v. 51-5.6, pp. 94-105.
- [52] SEOK, C.S., 2000, "Correction methods of na apparent negative crack growth phenomenon", In: *International Journal of Fracture*, v. 102, pp. 259-269.
- [53] BROCKS, W., MULLER, W., OLSCHESKI, J., 1985 "Experiences in Applying ADINA to the Analysis of Crack Tip Fields in Elastic-Plastic Fracture Mechanics", *International Journal of Solids Structures*, v. 11, pp. 601-616.

- [54] RIBEIRO, F. L. B., 2004, *Introdução ao Método dos Elementos Finitos*. Notas de aula do professor Fernando L. B. Ribeiro, capítulo 1, PEC/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [55] THOMÉE, V., 2001, "From finite differences to finite elements. A short history of numerical analysis of partial differential equations", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 128, pp. 1-54.
- [56] KUNA, M., 2013, *Finite Elements in Fracture Mechanics - Theory - Numerics – Applications*. Volume 201, Springer Netherlands.
- [57] ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L., 2000, *The Finite Element Method – Volume 1: The Basis*, 5 ed. Oxford, Butterworth-Heinemann.
- [58] BATHE, K.J., 2014, *Finite Element Procedures*. 2 ed. United States, Prentice Hall.
- [59] HUEBNER, K.H., DEWHIRST, D.L., SMITH, D.E., BYROM, T.G., 2001, *Finite Element Method for Engineers*. 4 ed. Canada, John Wiley & Sons.
- [60] CHAKRABARTI, S., 1971, "Trigonometric Function Representation for Rectangular Plate Bending Elements", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 3-2, pp. 261-273.
- [61] PISSANTEZKY S., 1984, *Sparse Matriz Technology*. 1 ed. Orlando, Academic Press.
- [62] ANSYS® Software Help Portal. Disponível em: <https://ansyshelp.ansys.com>. Acesso em: março 2018.
- [63] BARRETT, R., BERRY, M., CHAN, T.F., DEMMEL, J., DONATO J., ET AL., 1994, *Template for the Solution Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*. 2 ed. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [64] HENSHELL, RD, SHAW, K. G., 1975, "Crack tip finite elements are unnecessary", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 9, pp. 495-507.

- [65] BARSOUM, R.S., 1976, "On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 10, pp. 25-37.
- [66] BARSOUM, R.S., 1977, "Triangular quarter point elements as elastic and perfectly-plastic crack tip elements", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 11, pp. 85-98.
- [67] BARSOUM, R. S., 1974 "Application of Quadratic Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics", *International Journal of Fracture*, v. 10, pp. 603-605.
- [68] MCMECKING, R.M., RICE, J.R., 1975 "Finite-Element Formulations for Problems of Large Elastic-Plastic Formulations", *International Journal of Solids Structures*, v. 11, pp. 601-616.
- [69] HELLEN T.K., 2001, *How To Undertake Fracture Mechanics Analysis with Finite Elements*. 1 ed. United Kingdom, NAFEMS Ltd.
- [70] BROCKS, W., CORNEC, A., SCHEIDER, I., 2002, *Computational Aspects of Nonlinear Fracture Mechanics*, In: Technical Note GKSS/WMS/02/05 Internal Report, Institute of Materials Research GKSS research centre Geesthacht.
- [71] DELORENZI, H., 1982, "On the energy release rate and the J-integral for 3-D crack configurations", *International Journal of Fracture*, v. 19, pp. 183-193.
- [72] BROCKS, W., SCHEIDER. I., 2001, *Numerical aspects of the path-dependence of the J-Integral in incremental plasticity – How to calculate reliable J-values in FE analyses*, In: Technical Note GKSS/WMS/01/08 Internal Report, Institute of Materials Research GKSS research centre Geesthacht.
- [73] SURH, H., JANG, Y., KIM, S., SHIM, D., HUH, N., 2017, "New J and COD estimates for thin-walled pipes with axial through-wall cracks and high strain hardening exponents ", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, v. 90, pp. 75-84.

- [74] PARISE. L.F.S., RUGGIERE. C., O'DOWD. N.P., 2015, "Fully-Plastic Strain-Based J Estimation Scheme for Circumferential Surface Cracks in Pipes Subjected to Reeling", *Journal of Pressure Vessel Technology*, v. 137, pp. 11.
- [75] Abaqus®, 2007, *Fracture Mechanics Study of a Compact Tension Specimen Using Abaqus/CAE*, In: Abaqus® Technology Brief, Simulia, TB-04-FMCAE-1.
- [76] ALLEN. P.A., WELLS. D.N., 2013, *Elastic-Plastic J-Integral Solutions for Surface Cracks in Tension Using an Interpolation Methodology*, In: NASA Marshall Space Flight Center, NASA/TP-2013-217480, Alabama.
- [77] API 2RD, 1998, "Design of Risers for Floating Production Systems (FPS's) and Tension-Leg Platforms (TLP's)", 1 ed. Washington, *American Petroleum Institute Publishing Services*.
- [78] Special Metals, High Performance Alloys Literature. Disponível em: <http://www.specialmetals.com/tech-center/alloys.html>. Acesso em: dezembro 2018.
- [79] AFNOR NF E 25030, 2014, "*Fasteners, threaded fasteners, design, calculation and installation conditions*", Paris, AFNOR Group.
- [80] ANSYS® Software Help Manual, "Fracture Analysis Guide", version 16.1.
- [81] BS 7448 Part 1, 1991, "Method for determination of K_{IC}, critical CTOD and critical J values of metallic materials", British Standards Institute.
- [82] ROSENTHAL, Y., A., TOBLER, R., R., PURSRCHER, P., T., 1990, "J_{IC} Data Analysis Methods with a "Negative Crack Growth" Correction Procedures", *Journal of Testing and Evaluation*, v. 18-4, pp. 301-304.

Anexo 1 – Propriedades mecânicas do aço AISI 4130

STEEL AISI 4130

Young's Modulus	$E := 200\text{GPa}$	
Engineering yield stress	$\sigma_{y.eng} := 560\text{MPa}$	
Engineering tensile stress	$\sigma_{t.eng} := 692\text{MPa}$	
Frature strain	$\varepsilon_{frature} := 0.243$	
Engineering yield strain	$\varepsilon_{y.eng} := \frac{\sigma_{y.eng}}{E}$	
Engineering tensile strain	$\varepsilon_{t.eng} := \frac{\varepsilon_{frature}}{2}$	
True yield stress	$\sigma_{y.true} := \sigma_{y.eng} \cdot (1 + \varepsilon_{y.eng})$	$\sigma_{y.true} = 561.568\text{MPa}$
True tensile stress	$\sigma_{t.true} := \sigma_{t.eng} \cdot (1 + \varepsilon_{t.eng})$	$\sigma_{t.true} = 776.078\text{MPa}$
True yield strain	$\varepsilon_{y.true} := \ln(1 + \varepsilon_{y.eng})$	$\varepsilon_{y.true} = 2.796 \times 10^{-3}$
True tensile strain	$\varepsilon_{t.true} := \ln(1 + \varepsilon_{t.eng})$	$\varepsilon_{t.true} = 0.115$
Tangent Modulus	$H := \frac{(\sigma_{t.true} - \sigma_{y.true})}{(\varepsilon_{t.true} - \varepsilon_{y.true})}$	$H = 1917.5\text{MPa}$

Anexo 2 – Curvas CMOD *versus* P à temperatura ambiente

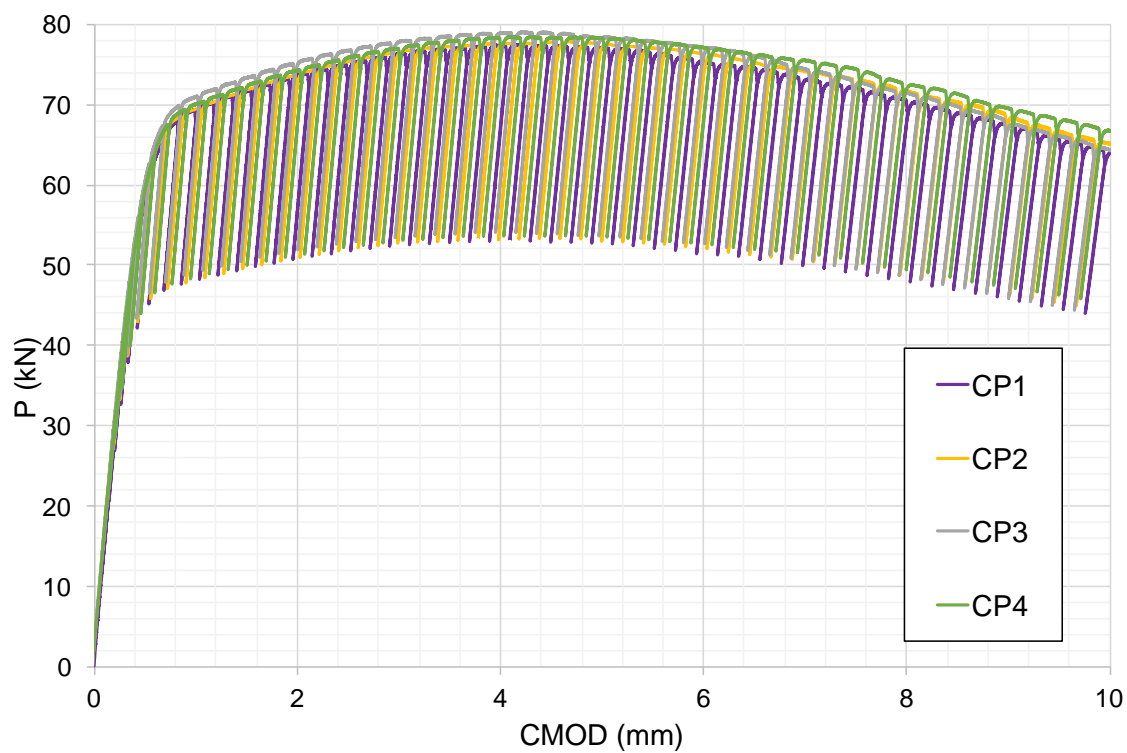


Figura 89 – Curvas CMOD *versus* P à temperatura ambiente.

Anexo 3 – Análise de tensões na conexão flangeada

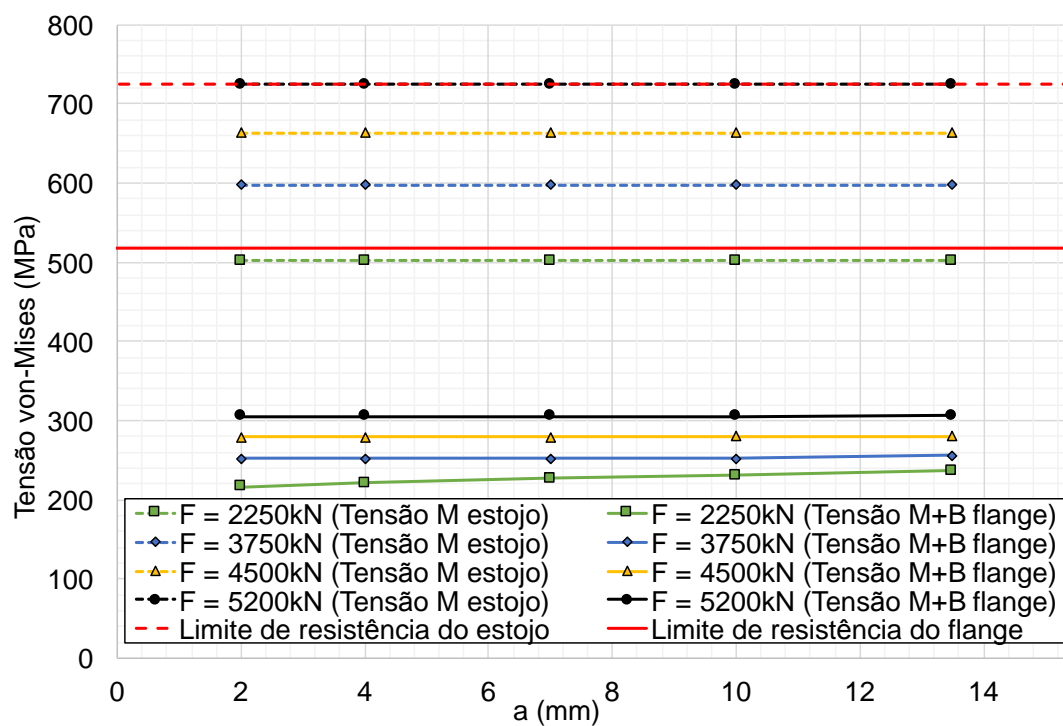


Figura 90 – Tensão no flange e no estojo *versus* profundidade da trinca. Trinca C.

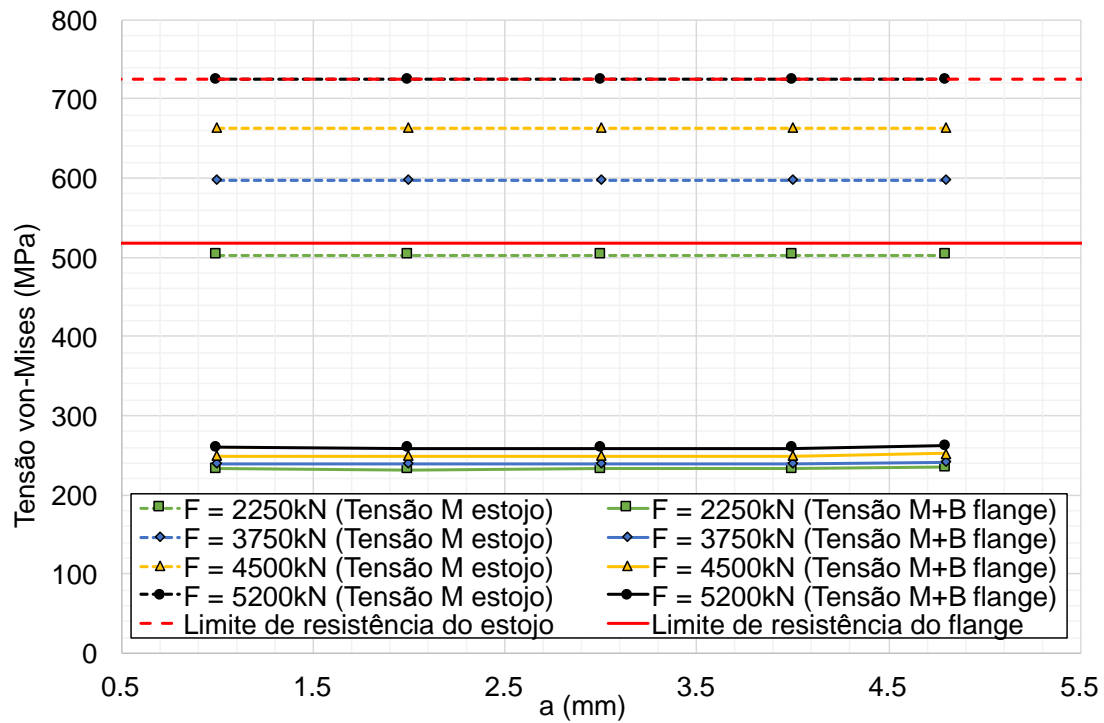


Figura 91 – Tensão no flange e no estojo *versus* profundidade da trinca. Trinca D.

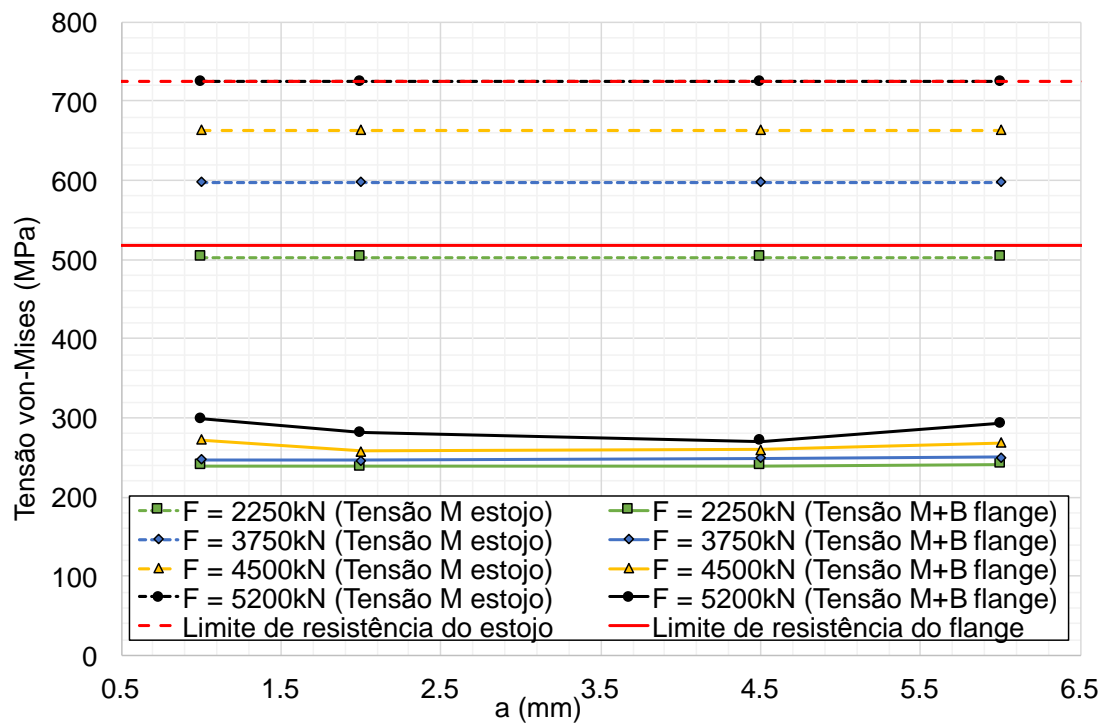


Figura 92 – Tensão no flange e no estojo *versus* profundidade da trinca. Trinca E.

Anexo 4 – Diagramas de força motriz para a propagação das diferentes trincas

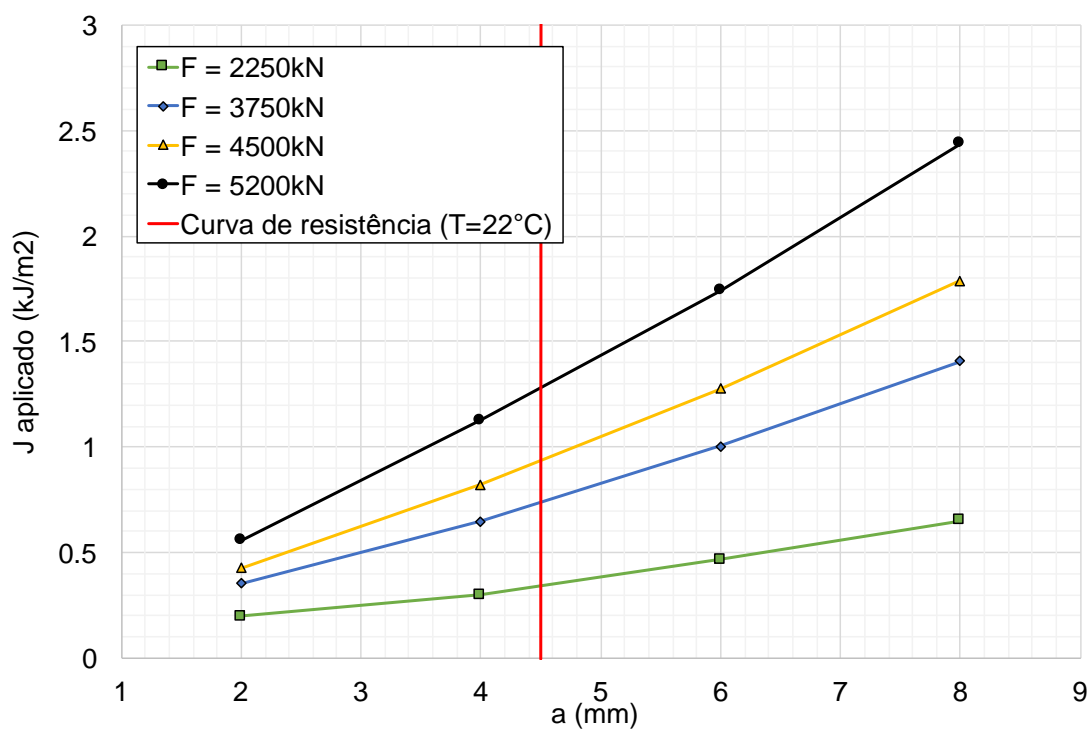


Figura 93 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca B.

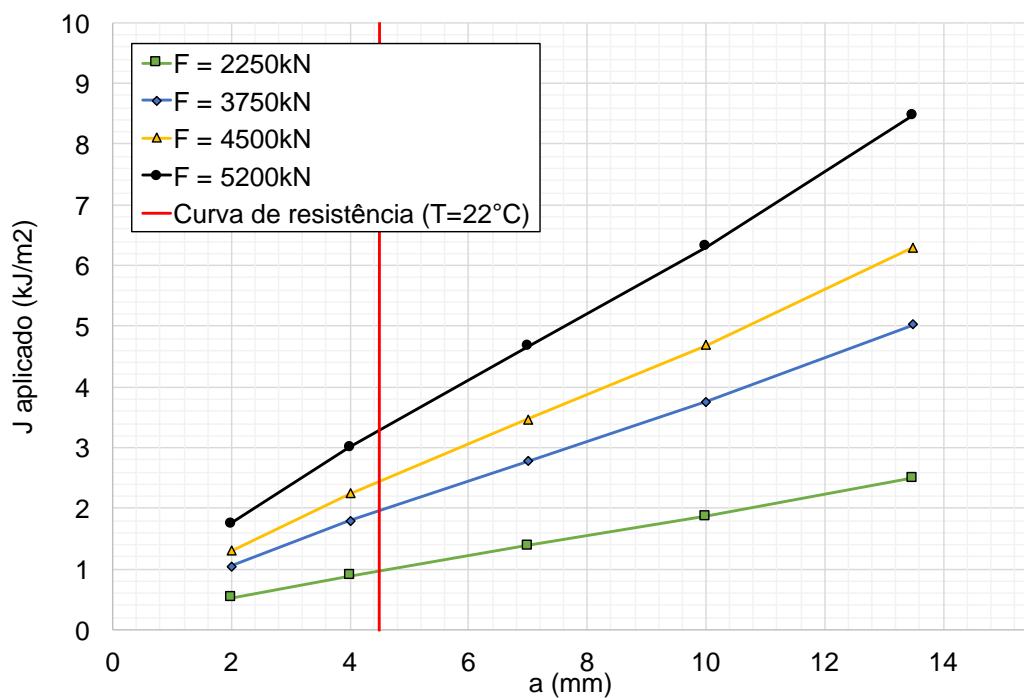


Figura 94 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca C.

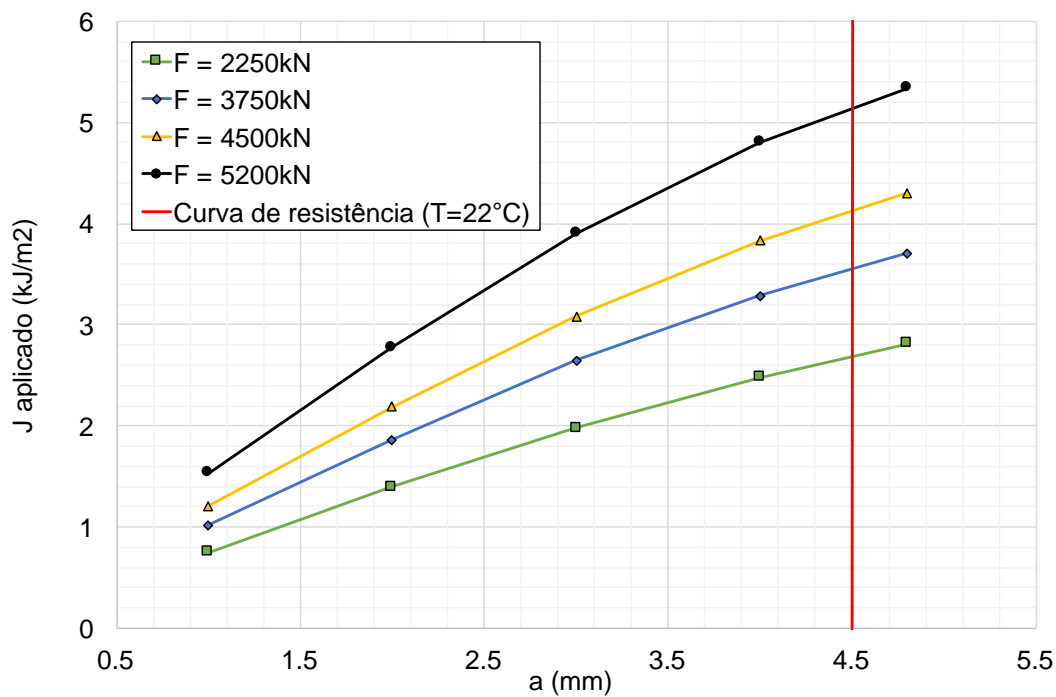


Figura 95 – Diagrama de força motriz para a propagação da trinca D.